Zététique : Erreur et Ordinateurs

Jérôme Bastien

Centre de Recherche et d'Innovation sur le Sport –Université Lyon I

Décembre 2009

Sommaire

1. Objectifs
2. Ressources
3. Différents exemples numériques
4. L'analyse numérique
5. Quelques éclaircissements
6. Les progrès de la science et des ordinateurs

Sommaire

1. Objectifs
2. Ressources
3. Différents exemples numériques
4. L'analyse numérique
5. Quelques éclaircissements
6. Les progrès de la science et des ordinateurs

Objectifs

- Montrer sur des exemples simples que l'ordinateur peut calculer (partiellement) "faux". (Cette partie un peu technique pourra être abrégée !)
- Introduire les notions d'analyse numérique et de "méfiance" dans un ordinateur.
- Réflexion sur la toute-puissance de la science.

Sommaire

1. Objectifs
2. Ressources
3. Différents exemples numériques
4. L'analyse numérique
5. Quelques éclaircissements
6. Les progrès de la science et des ordinateurs

Ressources

- Exemples isssus du chapitre 1 de l'ouvrage : [BM03].
- Ce transparent et fichiers matlab associés disponibles sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/INSA`

Sommaire

1 Objectifs

2 Ressources

3 Différents exemples numériques

4 L'analyse numérique

5 Quelques éclaircissements

6 Les progrès de la science et des ordinateurs

Une équation du second degré

- Soit l'équation du second degré

$$x^2 + 10000x + 1 = 0. \tag{1}$$

Les deux racines valent :

$$x = \frac{-10000 \pm \sqrt{10000^2 - 4}}{2}$$

- Numériquement et symboliquement, avec Matlab (voir fichier `exemple01.m`), on a :

$$x_2 = -9999.999899999999,$$

$$x_2 = -9999.9998999999989999999799999995,$$

$$x_1 = -0.000100000001111 7663,$$

$$x_1 = -0.0001000000010000000200000005$$

Une équation du second degré

- Soit l'équation du second degré

$$x^2 + 10000x + 1 = 0. \tag{1}$$

Les deux racines valent :

$$x = \frac{-10000 \pm \sqrt{10000^2 - 4}}{2}$$

- Numériquement et symboliquement, avec Matlab (voir fichier `exemple01.m`), on a :

$$x_2 = -9999.999899999999,$$

$$x_2 = -9999.99989999999989999999799999995,$$

$$x_1 = -0.000100000001117663,$$

$$x_1 = -0.00010000000100000000200000005$$

Une équation du second degré (amélioration)

On remarque que $x_1 = 1/x_2$. Numériquement, grâce à cette formule :

$$x_1 = -0.000100000000100000000,$$
$$x_1 = -0.000100000000100000000200000005$$

Voir aussi la fonction `exemple01_complement.m`.

Un polynôme de degré 18

Soit le polynôme défini par

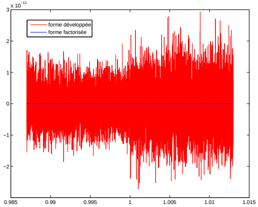
$$q(x) = (x-1)^{18}. \tag{2}$$

Sa forme développée est :

$$p(x) = x^{18} - 18x^{17} + 153x^{16} - 816x^{15} + \ldots + 153x^2 - 18x + 1. \tag{3}$$

Un polynôme de degré 18 (graphique)

Graphiques de p et q sur $[1 - 0.013, 1 + 0.013]$ (Voir fichier `exemple02.m`) :



Calculs de sommes

Soit, pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in \mathbb{R}$,

$$S_{n,p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i^p}. \tag{4}$$

1. On évalue numériquement $S_{n,p}$ pour $p = 0.6$ et $n = 5 \times 10^7$ en sommant dans l'ordre des indices croissants (voir l'exemple `exemple02.m` qui a besoin des fonctions `sommeB.m` et `sommeC.m`) :

$$S_{n,p} = 3000.858435515851$$

2. En sommant dans l'ordre des indices décroissants

$$S_{n,p} = 3000.858435517092$$

Calculs de sommes

Soit, pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in \mathbb{R}$,

$$S_{n,p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i^p}. \tag{4}$$

1. On évalue numériquement $S_{n,p}$ pour $p = 0.6$ et $n = 5 \times 10^7$ en sommant dans l'ordre des indices croissants (voir l'exemple `exemple02.m` qui a besoin des fonctions `sommeB.m` et `sommeC.m`) :
$$S_{n,p} = 3000.858435515851$$
2. En sommant dans l'ordre des indices décroissants
$$S_{n,p} = 3000.858435517092$$

Calcul numérique de dérivées

1. Si f est une fonction dérivable en t, on rappelle
$$f'(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t-h)}{2h}. \tag{5}$$
2. On choisit $f(x) = e^x$ et $t = 1$ et on utilise la formule (5) pour évaluer numériquement $f'(t)$, avec $h \in \left\{10^{-5}, 10^{-6}, ..., 10^{-17}, 10^{-18}\right\}$.
Les restes sont :

$5.8587e-011$	$1.6346e-010$	$5.8587e-011$	$6.6028e-009$
$6.6028e-009$	$6.7274e-007$	$1.0429e-005$	$2.1027e-004$
$4.5586e-004$	$9.3376e-003$	$1.6830e-001$	

(voir fichier `exemple04.m`, qui a besoin de `affiche_erreur_derivee.m`)

Calcul numérique de dérivées

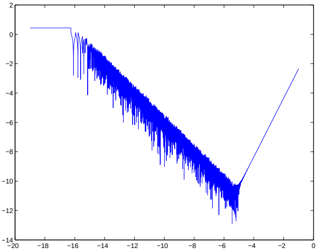
1. Si f est une fonction dérivable en t, on rappelle
$$f'(t) = \lim_{h \to 0} \frac{f(t+h) - f(t-h)}{2h}. \tag{5}$$
2. On choisit $f(x) = e^x$ et $t = 1$ et on utilise la formule (5) pour évaluer numériquement $f'(t)$, avec
$h \in \left\{10^{-5}, 10^{-6}, \ldots, 10^{-17}, 10^{-18}\right\}$.
Les restes sont :

$5.8587e-011$	$1.6346e-010$	$5.8587e-011$	$6.6028e-009$
$6.6028e-009$	$6.7274e-007$	$1.0429e-005$	$2.1027e-004$
$4.5586e-004$	$9.3376e-003$	$1.6830e-001$	

(voir fichier `exemple04.m`, qui a besoin de `affiche_erreur_derivee.m`)

Calcul numérique de dérivées (graphique de l'erreur)

Nuage de points du log de l'erreur en fonction du log du pas h :



Résolution de systèmes linéaires bien conditionnés

Soient la matrice A_0 et la matrice perturbée A_p

$$A_0 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad A_p = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0,1 & 0,2 \\ 1,08 & 4,04 & 1 & 0 \\ 0 & 0,98 & 3,89 & 1 \\ -0,01 & -0,01 & 1 & 3,98 \end{pmatrix}$$

Soient le vecteur B_0 et le vecteur perturbé B_p :

$$B_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B_p = \begin{pmatrix} 5,1 \\ 5,9 \\ 6,1 \\ 4,9 \end{pmatrix}.$$

Voir le fichier matlab `exemple05.m`.

Résolution de systèmes linéaires bien conditionnés (suite)

1. Peu d'écart entre les solutions de $A_0X = B_0$, $A_1X = B_0$ et $A_0X = B_1$:

$$\begin{pmatrix}1.0000\\1.0000\\1.0000\\1.0000\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix}1.0364\\0.9545\\1.0455\\0.9636\end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix}0.9291\\0.9797\\1.0385\\1.0002\end{pmatrix}$$

2. Tout va bien : une modification d'un facteur $0,1$ de A ou de B entraîne une modification d'un facteur $0,1$ de la solution.

Résolution de systèmes linéaires bien conditionnés (suite)

1. Peu d'écart entre les solutions de $A_0 X = B_0$, $A_1 X = B_0$ et $A_0 X = B_1$:

$$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1.0364 \\ 0.9545 \\ 1.0455 \\ 0.9636 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0.9291 \\ 0.9797 \\ 1.0385 \\ 1.0002 \end{pmatrix}$$

2. Tout va bien : une modification d'un facteur $0,1$ de A ou de B entraîne une modification d'un facteur $0,1$ de la solution.

Résolution de systèmes linéaires mal conditionnés

Cette matrice et les exemples numériques ci-dessous sont dus à R.S. Wilson.

Soient la matrice A_0 et la matrice perturbée A_p

$$A_0 = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad A_p = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8,1 & 7,2 \\ 7,08 & 5,04 & 6 & 5 \\ 8 & 5,98 & 9,89 & 9 \\ 6,99 & 4,99 & 9 & 9,98 \end{pmatrix}$$

Soient le vecteur B_0 et le vecteur perturbé B_p :

$$B_0 = \begin{pmatrix} 32 \\ 23 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix}, \quad B_p = \begin{pmatrix} 32,1 \\ 22,9 \\ 33,1 \\ 30,9 \end{pmatrix}.$$

Résolution de systèmes linéaires mal conditionnés (suite)

1. Beaucoup d'écart entre les solutions de $A_0X = B_0$, $A_1X = B_0$ et $A_0X = B_1$:

$$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 9.2000 \\ -12.6000 \\ 4.5000 \\ -1.1000 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -81.0000 \\ 137.0000 \\ -34.0000 \\ 22.0000 \end{pmatrix}$$

2. Rien ne va plus : une modification d'un facteur $0,1$ de A ou de B entraîne une modification d'un facteur 100 de la solution. !

Résolution de systèmes linéaires mal conditionnés (suite)

1. Beaucoup d'écart entre les solutions de $A_0X = B_0$, $A_1X = B_0$ et $A_0X = B_1$:

$$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 9.2000 \\ -12.6000 \\ 4.5000 \\ -1.1000 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -81.0000 \\ 137.0000 \\ -34.0000 \\ 22.0000 \end{pmatrix}$$

2. Rien ne va plus : une modification d'un facteur $0,1$ de A ou de B entraîne une modification d'un facteur 100 de la solution. !

Sommaire

1. Objectifs
2. Ressources
3. Différents exemples numériques
4. L'analyse numérique
5. Quelques éclaircissements
6. Les progrès de la science et des ordinateurs

Qu'est-ce que c'est ?

1. Vue souvent en troisième année d'école d'ingénieur.
2. S'appuie surtout sur l'analyse, mais aussi sur l'algèbre et bien-sûr sur l'informatique.
3. Proposer des algorithmes de calculs approchés de problèmes non résolubles explicitement (équations, équations différentielles, ...)
4. Il en sort des algorithmes de calculs, avec la gestion de l'erreur commise, et des codes de calculs.
5. Utile pour l'ingénieur (mécanique, physique, chimie,...)

Qu'est-ce que c'est ?

1. Vue souvent en troisième année d'école d'ingénieur.
2. S'appuie surtout sur l'analyse, mais aussi sur l'algèbre et bien-sûr sur l'informatique.
3. Proposer des algorithmes de calculs approchés de problèmes non résolubles explicitement (équations, équations différentielles, ...)
4. Il en sort des algorithmes de calculs, avec la gestion de l'erreur commise, et des codes de calculs.
5. Utile pour l'ingénieur (mécanique, physique, chimie,...)

Qu'est-ce que c'est ?

1. Vue souvent en troisième année d'école d'ingénieur.
2. S'appuie surtout sur l'analyse, mais aussi sur l'algèbre et bien-sûr sur l'informatique.
3. Proposer des algorithmes de calculs approchés de problèmes non résolubles explicitement (équations, équations différentielles, ...)
4. Il en sort des algorithmes de calculs, avec la gestion de l'erreur commise, et des codes de calculs.
5. Utile pour l'ingénieur (mécanique, physique, chimie,...)

Qu'est-ce que c'est ?

1. Vue souvent en troisième année d'école d'ingénieur.
2. S'appuie surtout sur l'analyse, mais aussi sur l'algèbre et bien-sûr sur l'informatique.
3. Proposer des algorithmes de calculs approchés de problèmes non résolubles explicitement (équations, équations différentielles, ...)
4. Il en sort des algorithmes de calculs, avec la gestion de l'erreur commise, et des codes de calculs.
5. Utile pour l'ingénieur (mécanique, physique, chimie,...)

Qu'est-ce que c'est ?

1. Vue souvent en troisième année d'école d'ingénieur.
2. S'appuie surtout sur l'analyse, mais aussi sur l'algèbre et bien-sûr sur l'informatique.
3. Proposer des algorithmes de calculs approchés de problèmes non résolubles explicitement (équations, équations différentielles, ...)
4. Il en sort des algorithmes de calculs, avec la gestion de l'erreur commise, et des codes de calculs.
5. Utile pour l'ingénieur (mécanique, physique, chimie,...)

Plusieurs type d'erreurs

1. Les erreurs sur les données, liées à l'imprécision de mesures physiques ou au résultat d'un calcul approché.
2. Les erreurs de méthode : elles sont dues à l'algorithme utilisé.
3. Les erreurs de calcul en machine : elles sont liées à l'arrondi de calcul pour les nombres flottants.

Plusieurs type d'erreurs

1. Les erreurs sur les données, liées à l'imprécision de mesures physiques ou au résultat d'un calcul approché.
2. Les erreurs de méthode : elles sont dues à l'algorithme utilisé.
3. Les erreurs de calcul en machine : elles sont liées à l'arrondi de calcul pour les nombres flottants.

Plusieurs type d'erreurs

1. Les erreurs sur les données, liées à l'imprécision de mesures physiques ou au résultat d'un calcul approché.
2. Les erreurs de méthode : elles sont dues à l'algorithme utilisé.
3. Les erreurs de calcul en machine : elles sont liées à l'arrondi de calcul pour les nombres flottants.

Écriture des entiers

En base β, tout entier n s'écrit

$$n = \sum_{i=0}^{p} d_i \beta^i, \tag{6}$$

noté

$$n = \overline{d_p d_{p-1} \ldots d_1 d_0}.$$

Exemple en base 2 ou 10.

Écriture des réels

En base β, tout réel x s'écrit

$$x = \sum_{i=-\infty}^{p} d_i \beta^i. \tag{7}$$

noté

$$n = \overline{d_p d_{p-1} \dots d_1 d_0, d_{-1} \dots d_{-q}} \dots$$

Écriture non unique ! Par exemple,

$$1 = 0.999\dots.$$

Représentation des réels en informatique

1. Mémoire (et temps !) fini $\Longleftrightarrow$ ensemble fini de nombres !
2. Écriture en virgule flottante, caractérisée par

   la base β ;

   un nombre r de chiffres significatifs ;

   et deux entiers m et M.

3. Un nombre à virgule flottante s'écrit sous la forme

$$x = s \quad \overline{0, d_{-1}d_{-2}...d_{-r}}\, \beta^j, \tag{8}$$

où s est le signe du nombre, l'entier j est compris entre m et M, $1 \le d_{-1} < \beta$ et, pour $1 < k \le r$, $0 \le d_{-k} < \beta$.

Représentation des réels en informatique

1. Mémoire (et temps !) fini $\Longleftrightarrow$ ensemble fini de nombres !
2. Écriture en virgule flottante, caractérisée par

   la base β ;
   un nombre r de chiffres significatifs ;
   et deux entiers m et M.

3. Un nombre à virgule flottante s'écrit sous la forme

$$x = s \quad \overline{0, d_{-1}d_{-2}...d_{-r}}\,\beta^j, \tag{8}$$

où s est le signe du nombre, l'entier j est compris entre m et M, $1 \leq d_{-1} < \beta$ et, pour $1 < k \leq r$, $0 \leq d_{-k} < \beta$.

Représentation des réels en informatique

1. Mémoire (et temps !) fini $\Longleftrightarrow$ ensemble fini de nombres !
2. Écriture en virgule flottante, caractérisée par

   la base β ;

   un nombre r de chiffres significatifs ;

   et deux entiers m et M.

3. Un nombre à virgule flottante s'écrit sous la forme

$$x = s \quad \overline{0, d_{-1}d_{-2}...d_{-r}}\, \beta^j, \tag{8}$$

où s est le signe du nombre, l'entier j est compris entre m et M, $1 \leq d_{-1} < \beta$ et, pour $1 < k \leq r$, $0 \leq d_{-k} < \beta$.

Arrondis nécessaires

Supposons que l'on connaisse le développement illimité de x (strictement positif) sous la forme

$$x = \overline{0.d_{-1}d_{-2}\ldots d_{-r}d_{-r-1}\ldots}\,\beta^j,$$

où l'entier j est compris entre m et M (sinon, l'arrondi de x sera choisi nul ou égal à l'infini). On pose

$$m' = \begin{cases} \overline{0.d_{-1}d_{-2}\ldots d_{-r}} & \text{si } d_{-r-1} < \beta/2 \ , \\ \overline{0.d_{-1}d_{-2}\ldots d_{-r}} + \beta^r & \text{si } d_{-r-1} \geq \beta/2 \ . \end{cases}$$

On pose alors

$$\mathrm{ar}(x) = m'\,\beta^j$$

Sommaire

1. Objectifs
2. Ressources
3. Différents exemples numériques
4. L'analyse numérique
5. Quelques éclaircissements
6. Les progrès de la science et des ordinateurs

Une équation du second degré

Pour le calcul de la "mauvaise" solution définie par

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

on a, $\sqrt{\Delta}$ "proche" de b.
La différence de termes "proches" peut diminuer le nombre de chiffres significatifs du résultat.
Cela n'apparaît pas pour l'autre racine :

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2}$$

Un polynôme de degré 18

Dans l'expression de la forme développée

$$p(x) = x^{18} - 18x^{17} + 153x^{16} - 816x^{15} + \ldots + 153x^{2} - 18x + 1,$$

apparaissent des termes "très grands" mal évalués avec une alternance de signes, alors que la valeur de p est proche de 0 au voisinage de 1.

Calculs de sommes

Quand on somme des termes positifs, il est préférable de les sommer dans l'ordre croissant.

Calcul numérique de dérivées

L'erreur commise en remplaçant la valeur exacte de la dérivée par son approximation est minimale pour une valeur du pas h qui est plus grande que le "zéro machine".

Résolution de systèmes linéaires

Si A est une matrice inversible, si u désigne la solution du problème

$$Ax = b, \tag{9}$$

et si $u + \delta u$ désigne la solution du problème dont on a perturbé le second membre

$$Ax = b + \delta b, \tag{10}$$

alors

$$\frac{\|\delta u\|}{\|u\|} \leq \kappa(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}, \tag{11}$$

Même type de résultat si on perturbe la matrice A.

Résolution de systèmes linéaires : conditionnement

1. $\kappa(A)$ est appelé le conditionnement de A.
2. Pour la "bonne" matrice, il vaut 2 ;
3. pour la "mauvaise", il vaut 3000.

Résolution de systèmes linéaires : conditionnement

1. $\kappa(A)$ est appelé le conditionnement de A.
2. Pour la "bonne" matrice, il vaut 2 ;
3. pour la "mauvaise", il vaut 3000.

Résolution de systèmes linéaires : conditionnement

1. $\kappa(A)$ est appelé le conditionnement de A.
2. Pour la "bonne" matrice, il vaut 2 ;
3. pour la "mauvaise", il vaut 3000.

Sommaire

1 Objectifs

2 Ressources

3 Différents exemples numériques

4 L'analyse numérique

5 Quelques éclaircissements

6 Les progrès de la science et des ordinateurs

Progrès "exponentiels" de la science et de la représentation du réel

1. Représentation du réel par les Grecs ;
2. Révolution copernicienne ;
3. Newton et la mécanique newtonnienne ;
4. Mise en évidence théorique puis expérimentale de Neptune par Le Verrier ;
5. Einstein et la mécanique relativiste.

De façon générale, un nombre de plus en plus grand de phénomènes expliqués.

Progrès "exponentiels" de la science et de la représentation du réel

1. Représentation du réel par les Grecs ;
2. Révolution copernicienne ;
3. Newton et la mécanique newtonnienne ;
4. Mise en évidence théorique puis expérimentale de Neptune par Le Verrier ;
5. Einstein et la mécanique relativiste.

De façon générale, un nombre de plus en plus grand de phénomènes expliqués.

Progrès "exponentiels" de la science et de la représentation du réel

1. Représentation du réel par les Grecs ;
2. Révolution copernicienne ;
3. Newton et la mécanique newtonnienne ;
4. Mise en évidence théorique puis expérimentale de Neptune par Le Verrier ;
5. Einstein et la mécanique relativiste.

De façon générale, un nombre de plus en plus grand de phénomènes expliqués.

Progrès "exponentiels" de la science et de la représentation du réel

1. Représentation du réel par les Grecs ;
2. Révolution copernicienne ;
3. Newton et la mécanique newtonnienne ;
4. Mise en évidence théorique puis expérimentale de Neptune par Le Verrier ;
5. Einstein et la mécanique relativiste.

De façon générale, un nombre de plus en plus grand de phénomènes expliqués.

Progrès "exponentiels" de la science et de la représentation du réel

1. Représentation du réel par les Grecs ;
2. Révolution copernicienne ;
3. Newton et la mécanique newtonnienne ;
4. Mise en évidence théorique puis expérimentale de Neptune par Le Verrier ;
5. Einstein et la mécanique relativiste.

De façon générale, un nombre de plus en plus grand de phénomènes expliqués.

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Progrès "exponentiels" des mathématiques et de la technologie

1. Premiers ordinateurs des années 60, grands comme des maisons ;
2. Cartes perforées des années 60-70 ;
3. Développement des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique (médaille Fields pour des Français !) ;
4. Interaction entre physique et mathématique via la modélisation ;
5. Miniaturisation puis ordinateurs fondés sur l'optronique ;
6. Question : foi infinie en la science et l'informatique !

Complexité du réel

1. La connaissance du réel augmente mais sa complexité aussi !
2. Domaines de plus en plus pointus ; on pouvait faire avant de la philosophie et des maths (Pascal, Descartes, Leibniz) ; actuellement deux mathématiciens ne se comprennent pas nécessairement !
3. Une petite anecdote qui se passe à la fin du 19 ième siècle ...

Complexité du réel

1. La connaissance du réel augmente mais sa complexité aussi !
2. Domaines de plus en plus pointus ; on pouvait faire avant de la philosophie et des maths (Pascal, Descartes, Leibniz) ; actuellement deux mathématiciens ne se comprennent pas nécessairement !
3. Une petite anecdote qui se passe à la fin du 19 ième siècle ...

Complexité du réel

1. La connaissance du réel augmente mais sa complexité aussi !
2. Domaines de plus en plus pointus ; on pouvait faire avant de la philosophie et des maths (Pascal, Descartes, Leibniz) ; actuellement deux mathématiciens ne se comprennent pas nécessairement !
3. Une petite anecdote qui se passe à la fin du 19 ième siècle ...

Trois phénomènes

1. Un grand congrès de physiciens se félicitait des progrès de la science.
2. Tout semblait pouvoir s'expliquer, se comprendre, se prédire.
3. Seuls trois phénomènes étaient encore inexpliqués, dont les deux suivants :
   - L'avance du périhélie de la trajectoire (point le plus proche du soleil) de Mercure, non expliquée par la mécanique Newtonnienne ;
   - l'effet photo-électrique.
4. L'explication vient au cours du 20 ième siècle grâce aux deux grandes révolutions de la physique : la relativité et la mécanique quantique :
   - La théorie de la relativité générale et ses conséquences expliquent le décalage du périhélie de Mercure ;
   - La lumière se compose de particules (photons) et cela justifie l'effet photo-électrique.

Trois phénomènes

1. Un grand congrès de physiciens se félicitait des progrès de la science.
2. Tout semblait pouvoir s'expliquer, se comprendre, se prédire.
3. Seuls trois phénomènes étaient encore inexpliqués, dont les deux suivants :
   - L'avance du périhélie de la trajectoire (point le plus proche du soleil) de Mercure, non expliquée par la mécanique Newtonnienne ;
   - l'effet photo-électrique.
4. L'explication vient au cours du 20 ième siècle grâce aux deux grandes révolutions de la physique : la relativité et la mécanique quantique :
   - La théorie de la relativité générale et ses conséquences expliquent le décalage du périhélie de Mercure ;
   - La lumière se compose de particules (photons) et cela justifie l'effet photo-électrique.

Trois phénomènes

1. Un grand congrès de physiciens se félicitait des progrès de la science.
2. Tout semblait pouvoir s'expliquer, se comprendre, se prédire.
3. Seuls trois phénomènes étaient encore inexpliqués, dont les deux suivants :
   - L'avance du périhélie de la trajectoire (point le plus proche du soleil) de Mercure, non expliquée par la mécanique Newtonnienne ;
   - l'effet photo-électrique.
4. L'explication vient au cours du 20 ième siècle grâce aux deux grandes révolutions de la physique : la relativité et la mécanique quantique :
   - La théorie de la relativité générale et ses conséquences expliquent le décalage du périhélie de Mercure ;
   - La lumière se compose de particules (photons) et cela justifie l'effet photo-électrique.

Trois phénomènes

1. Un grand congrès de physiciens se félicitait des progrès de la science.
2. Tout semblait pouvoir s'expliquer, se comprendre, se prédire.
3. Seuls trois phénomènes étaient encore inexpliqués, dont les deux suivants :
   - L'avance du périhélie de la trajectoire (point le plus proche du soleil) de Mercure, non expliquée par la mécanique Newtonnienne ;
   - l'effet photo-électrique.
4. L'explication vient au cours du 20 ième siècle grâce aux deux grandes révolutions de la physique : la relativité et la mécanique quantique :
   - La théorie de la relativité générale et ses conséquences expliquent le décalage du périhélie de Mercure ;
   - La lumière se compose de particules (photons) et cela justifie l'effet photo-électrique.

Méfiance ! ! !

1. Les modèles sont de plus en plus précis, mais les calculs de plus en plus complexes ;
2. Des portes s'ouvrent sans cesse pour chaque nouveau domaine ;
3. Limite de modèles : en 1940, de forts vents provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (États-Unis). Cela est dû à des problèmes d'instabilité aéroélastique et non de résonance !
4. Réel infiniment riche ;
5. L'homme peut-il être réduit à un modèle ?

Méfiance ! ! !

1. Les modèles sont de plus en plus précis, mais les calculs de plus en plus complexes ;
2. Des portes s'ouvrent sans cesse pour chaque nouveau domaine ;
3. Limite de modèles : en 1940, de forts vents provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (États-Unis). Cela est dû à des problèmes d'instabilité aéroélastique et non de résonance !
4. Réel infiniment riche ;
5. L'homme peut-il être réduit à un modèle ?

Méfiance ! ! !

1. Les modèles sont de plus en plus précis, mais les calculs de plus en plus complexes ;
2. Des portes s'ouvrent sans cesse pour chaque nouveau domaine ;
3. Limite de modèles : en 1940, de forts vents provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (États-Unis). Cela est dû à des problèmes d'instabilité aéroélastique et non de résonance !
4. Réel infiniment riche ;
5. L'homme peut-il être réduit à un modèle ?

Méfiance ! ! !

1. Les modèles sont de plus en plus précis, mais les calculs de plus en plus complexes ;
2. Des portes s'ouvrent sans cesse pour chaque nouveau domaine ;
3. Limite de modèles : en 1940, de forts vents provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (États-Unis). Cela est dû à des problèmes d'instabilité aéroélastique et non de résonance !
4. Réel infiniment riche ;
5. L'homme peut-il être réduit à un modèle ?

Méfiance ! ! !

1. Les modèles sont de plus en plus précis, mais les calculs de plus en plus complexes ;
2. Des portes s'ouvrent sans cesse pour chaque nouveau domaine ;
3. Limite de modèles : en 1940, de forts vents provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (États-Unis). Cela est dû à des problèmes d'instabilité aéroélastique et non de résonance !
4. Réel infiniment riche ;
5. L'homme peut-il être réduit à un modèle ?

Jérôme Bastien and Jean-Noël Martin.
Introduction à l'analyse numérique ; applications sous matlab.
Dunod, Paris, 2003.