TRAVAUX DIRIGÉS DE l'UE DDRS

MAT, INFO, MECA, MAM, GBM 3A

MODÈLES DE CROISSANCE DÉMOGRAPHIQUE ET SCÉNARIOS

2023-2024, Printemps

Jérôme Bastien

Document compilé le 14 mai 2024

Liste des Travaux Dirigés

Avant-propos

Ce polycopié constitue les TD-TP de Modèles de croissance démographique et scénarios de MAT, INFO, MECA, MAM, GBM 3A (2023-2024, Printemps).

Ce polycopié de TD et les sources Matlab (ou autres) sont normalement disponibles à la fois
- en ligne sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html` à la rubrique habituelle ;
- en cas de problème internet, sur le réseau de l'université Lyon I : il faut aller sur :
  — 'Poste de travail',
  — puis sur le répertoire '`P:`' (appelé aussi '`\\teraetu\Enseignants`'),
  — puis '`jerome.bastien`',
  — puis '`Polytech`',
  — puis '`DDRS`',
  — enfin sur '`TD_croissance_scenarios_P24.pdf`'.

Des exercices facultatifs, non traités en séances sont proposés sur cette version distribuée sur le Ouaib et le réseau.

TRAVAUX DIRIGÉS 1

Modèles simples de croissance démographique (Malthus et Verhulst)

Modèle de Malthus

L'exercice 1.1 sera à réaliser hors séance, à préparer pour la deuxième séance de TD.

EXERCICE 1.1.

(1) En utilisant le fichier matlab `donnee_canada.m` qui contient les données de population, tenter de refaire les calculs et les figures des transparents numéros 29 et 30, puis éventuellement 28, 31 et 32.

On pourra utiliser la fonction fournie `regression_lineaire.m` pour mettre en œuvre la régression linéaire.

(2) En partant de données de populations que vous trouverez vous-même, mettre en œuvre le modèle de Malthus.

Modèle de Verhulst

Pour ce modèle, on utilisera la fonction de Matlab fournie `regression_logistique.m` dont un exemple d'utilisation est donné par :

```
donnee_usa;
[K,y0,a,t0]=regression_logistique(t,y);
```

Les vecteurs `t` et `y` contiennent les données (années et population) stockées dans le fichier `donnee_usa.m` (données issues ici de [Pia12]). La fonction `regression_logistique.m` détermine les paramètres $N_0 \in]0, K[$, $a > 0$, $t_0 \in \mathbb{R}$ de la fonction $N_{K,N_0,a,t_0}(t)$, donnée par l'équation (22) du transparent 49, rappelée ici :

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad N_{K,N_0,a,t_0}(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-a(t-t_0)}}, \tag{1.1}$$

et trace le graphique correspondant (avec les modèles de Malthus et de Verhulst). La méthode utilisée est donnée dans les transparents numéros 53, 54, 55 et 56. Il existe d'autres entrées optionnelles de la fonction `regression_logistique.m`. Pour en savoir plus, tapez :

```
help regression_logistique
```

EXERCICE 1.2.

(1) À l'aide de la fonction `regression_logistique.m` et du fichier `donnee_usa.m`, tracer la figure du transparent 58. On vérifiera que l'on obtient bien les valeurs des paramètres données par les équations (27) des transparents.

(2) (a) Pourquoi le modèle de Verhulst est ici mieux adapté que le modèle de Malthus ?

(b) Pourquoi la valeur de N_0 en principe trouvée (voir équation (27c) des transparents) n'est-elle pas égale à la donnée initiale $N(t_0) = 3.929000$, correspondant à la première année ?

(c) (i) Que dire de la valeur de K donnée par l'équation (27a) des transparents ?

(ii) Illustrez cela par un graphique et/ou une simulation numérique très simple. On pourra utiliser la fonction `fonction_logistique.m` de la façon suivante : la commande

```
y=fonction_logistique([K,y0,a],t,t0);
```

où `[K,y0,a]` et `t0` correspondent aux valeurs de K, N_0, a et t_0 déterminées par `regression_logistique.m` et `y` est le tableau contenant les valeurs de N_{K,N_0,a,t_0} définie par (1.1) calculée (de façon vectorielle) pour les différentes valeurs contenues dans le tableau `t`.

(iii) Est-ce conforme à la taille réelle de la population des USA en 2023 ?

(3) (a) Quelle est l'équation de la tangente à la courbe $y = f(t)$?

(b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe du modèle de Verhulst au point d'inflexion.

L'exercice 1.3 sera à réaliser hors séance, à préparer pour la deuxième séance de TD.

EXERCICE 1.3.
Appliquez les deux méthodes vues (Malthus et Verhulst) à des données de populations que vous trouverez vous-même sur le web. On fera un graphique avec les deux modèles et on affichera les différentes valeurs des paramètres obtenues, en commentant l'adéquation des deux modèles aux données choisies.

Exercices facultatifs

EXERCICE 1.4.
En procédant comme dans l'exercice 1.2 et en utilisant les fichier de données `donnee_usa_bis.m` et `donnee_usa_ter.m`, reprendre les simulations des transparents 59, 60, 61 et 62.

EXERCICE 1.5.
En procédant comme dans l'exercice 1.2 et en utilisant le fichier de données `donnee_elephant.m`, reprendre les simulations des transparents 64, 65 et 66 et commenter le transparent 63.

TRAVAUX DIRIGÉS 2

La transition démographique et la prospective démographique

EXERCICE 2.1.

Le but de cet exercice est de refaire les simulations des transparents 87 et 89.

Pour résoudre numériquement l'équation différentielle

$$y'(t) = F(t, y(t)),$$
$$y(t_0) = y_0,$$

on utilisera la commande suivante :

```
[T,Y]=ode45(odefun,tpsan,y0);
```

où la fonction `odefun` contient F, `y0` contient la valeur de y_0 et `tpsan` contient les valeurs où l'on veut déterminer les valeurs approchées de y, qui doit commencer par t_0. Pour récupérer les valeurs des taux de croissance données sur la courbe du transparent 83, on utilisera les commandes

```
load  taux_croissance;
tc=y/100;
temps=x;
```

Pour résoudre l'équation différentielle (43) des transparents, il faudra donc "transformer" les données précédentes `temps` et `y` en déclarant une fonction `odefun` qui contiendra le second membre de (43) en posant

$$F(t, y) = yr(t),$$

et en la défissant sous Matlab de la façon suivante (qui permet d'interpoler de façon linéaire par morceaux la fonction taux de oroissance entre les données)

```
odefun=@(t,y) y*interp1(temps,tc,t);
```

(1) En considérant les données t_0, t_b et T correspondant au transparent 88, déterminer la population sur l'intervalle $[t_0, T]$ en la comparant aux données mesurées correspondant au scénario moyen dont les données sont stockées dans le fichier `population.mat`.

On comparera les graphiques obtenus avec ceux du transparent 88.

(2) Les données précédentes datent de 2011. Essayer, en exploitant les donnée du site `https://population.un.org/wpp/` de trouver des données plus récentes et de refaire les simulations précédentes.

Questions facultatives :

(3) Au lieu de résoudre l'équation différentielle (43), on utilisera l'expression (44) des transparents pour déterminer $N(t)$. On notera que si l'on interpole de façon linéaire par morceaux la fonction r en utilisant `interp1`, sa primitive sera un polynôme de degré 2 par morceaux.

(4) Reprendre les calculs de la question 1, en trouvant sur internent des données relatives au taux de croissance correspondant aux scénarios haut et bas, montrés dans le transparents 80.

Exercices facultatifs

EXERCICE 2.2.

(1) Trouver des données de populations où la croissance et la population sont données par la figure du type du transparent 72.

(2) Essayer de mettre en œuvre de façon informatique la méthode des transparents 74 à 76, en essayant les types suivant de fonction r_ξ :

   (a) polynômiale (ξ est le vecteur des coefficients) ;

   (b) spline (ξ à déterminer). On utilisera la fonction `spline` de matlab.

   (c) Gaussiennne (ξ est le vecteur défini par sa moyenne et son écart-type) ;

   et en l'appliquant aux données choisies.

Annexe A

Matlab/Octave à distance

Vous avez deux les possibilités suivantes pour utiliser Matlab (section A.1) et son clone, libre et gratuit, Octave (section A.2).

A.1. Matlab à distance

Utilisez une machine virtuelle en consultant :
`https://etu.univ-lyon1.fr/outils/acces-distant-aux-fichiers-et-aux-applications-pedagogiques`
Il faut donc faire (pour windows, pour les autres systèmes d'exploitation, voir l'url donnée ci-dessous)

— Ouvrez le menu Démarrer -> Tous les programmes -> Accessoires -> Connexion bureau à distance (ou parfois Accessoires -> Communication -> ...) ;
— La boîte de dialogue "Connexion bureau à distance" apparaît ;
— Tapez `tseetu.univ-lyon1.fr` dans le champ "Ordinateur", puis cliquez sur le bouton "Connexion".

Attention, cette solution a des inconvénients :

- Le réseau de la fac est trop aléatoire ! On peut avoir un bon débit puis dans l'heure, il devient catastrophique. De plus, pour qu'un TP ait officiellement lieu avec cette solution, une réservation de salle virtuelle doit être faite. Donc, sauf dans le cas où cette réservation est faite et annoncée, cette solution est dédiée aux utilisations individuelles.
- Vous aurez, accès *via* une machine viruelle à votre disque réseau (commençant par `U:`) et il faudra gérer vos fichiers et répertoires sur ce disque et pointer sur ce disque depuis Matlab.

D'autres logiciels utilisés à Lyon I sont disponible sur cette machine virtuelle (comme Maple).

A.2. Octave sur votre machine

(1) Installer Octave. Voir `https://www.gnu.org/software/octave/download`

(2) Installer le symbolique d'Octave

  (a) Voir par exemple
  `https://sites.google.com/site/lm3tpoptimisation/guide-octaveinstall-config`, qui présente une installation sans Python (d'autres installations utilisant des bibliothèque de Python sont possibles).

  (b) Regarder l'exemple pour le "Symbolic package" et suivre pas-pas l'installation.

  (c) N'oubliez pas, à chaque utilisation de la partie sybmbolique d'Octave, de taper

```
pkg load symbolic
```

  Attention, la première ou les première fois il affiche `Symbolic pkg v2.7.1:` et puis, il faut attendre un peu ...

  (d) Faites le test final suivant : tapez (et interprétez !)

```
syms x
int((cos(x))^2)
```

Quelques liens (certains sont contextuels et peuvent changer selon la version d'Octave).
https://octave.org/doc/v5.2.0/
https://octave.org/octave.pdf
https://octave.sourceforge.io/list_functions.php?sort=alphabetic

Bibliographie

[Pia12] D. Piau. *cours de l'UE MAT127*. chapitre 1, disponible sur `https://www-fourier.univ-grenoble-alpes.fr/~dpiau/mat127/chapitre1.pdf`. 2012.