

**CORRIGÉS DES TRAVAUX DIRIGÉS DE L'UE DDRS**

**MAT, INFO, MECA, MAM, GBM 3A**

**MODÈLES DE CROISSANCE DÉMOGRAPHIQUE ET SCÉNARIOS**

**2023-2024, Printemps**

**Jérôme Bastien**

Document compilé le 14 mai 2024

Le lien original de ce document est le suivant :

[http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/DDRS/TDcor\\_croissance\\_scenarios\\_P24.pdf](http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/DDRS/TDcor_croissance_scenarios_P24.pdf)

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons : Paternité - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification ; 3.0



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/>

ou en français

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/deed.fr>

## Liste des Travaux Dirigés

Correction du Travaux Dirigés 1.	Modèles simples de croissance démographique (Malthus et Verhulst)	1
	Modèle de Malthus	1
	Modèle de Verhulst	1
	Exercices facultatifs	3
Correction du Travaux Dirigés 2.	La transition démographique et la prospective démographique	5
	Exercices facultatifs	5
Bibliographie		6

## Modèles simples de croissance démographique (Malthus et Verhulst)

### Modèle de Malthus

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.1.

- (1) (a) Une version minimale est donnée par les instructions suivantes que vous pouvez copier-coller (en corrigeant éventuellement les caractères mal encodés!) dans Matlab :

```

donnee_canada ;
t0=t(1);
[a,b,R]=regression_lineaire(t-t0,log(y));
r=a;
logy0=b;
plot(t,log(y),'*',t,r*(t-t0)+logy0);
legend('données','modèle','location','NorthWest');
xlabel('années');
ylabel('logarithme_de_la_population_(M)');

```

- (b) Pour une version plus complète, voir le script `canada.m`, qu'il suffira de lancer. Il produira autant de figures que nécessaire.
- (2) Non corrigé, dépend de vos données!

### Modèle de Verhulst

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.2.

- (1) Il suffit de taper ce qui a été donné en exemple, un peu adapté!

```

format long ;
donnee_usa ;
[K,y0,a,t0]=regression_logistique(t,y)

```

et de comparer avec le transparent 58!

- (2) (a) Ici, la croissance exponentielle prévue par le modèle de Malthus n'est pas conforme ni aux données intermédiaires ni aux données finales de la population, comme le montre le graphique obtenu.
- (b) La valeur de  $N_0$  trouvée (voir équations(27c) des transparents) n'est pas égale à la donnée initiale de  $N_0 = 3.929000$ , correspondant à la première année puisque ce paramètre a été déterminé par la procédure de régression logistique décrite dans le transparent 58. On peut néanmoins observer que cette valeurs en sont proche. En revanche,  $t_0$  est choisie égale à 1790.
- (c) (i) La nombre  $K$ , ici égal à

$$K = 200.033501, \tag{1.1}$$

correspond à la capacité d'accueil, qui est la limite quand  $t$  vers l'infini de  $N(t)$ , comme le décrivent les transparents 46 et 47.

(ii) On peut calculer la valeur prédite par le modèle en tapant par exemple

```
anfind = 2200;
fonction_logistique([K, y0, a], anfind, t0)
```

et qui renvoie la taille de la population prédite en 2200, égale à

$$N = 200.001708, \tag{1.2}$$

qui est proche de la valeur donnée par (1.1).

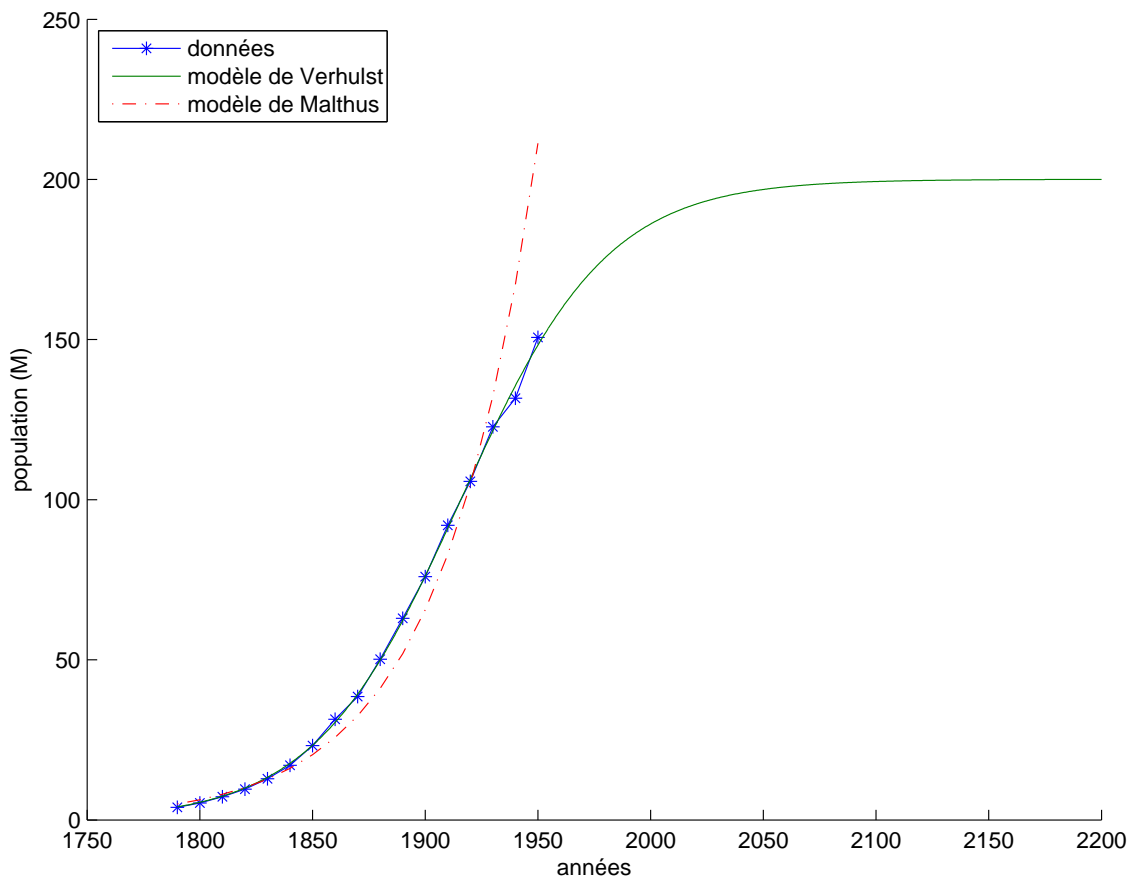


FIGURE 1.1. La population des USA jusqu'en 2200.

On peut aussi tracer simultanément les données et les prévisions jusqu'à cette année en tapant :

```
anfind = 2200;
[K, y0, a, t0, resnorm, resnormc, yfin] = regression_logistique(...
t, y, [], [], [], 'M', [], [], [], [], anfind);
disp(yfin);
```

qui renvoie de nouveau la population prédite, dans la variable `yfin` et produit le graphique de la figure 1.1.

(iii) D'après <https://fr.wikipedia.org/wiki/États-Unis>, la population des États-Unis en 2023 est presque de 335 M ce qui est bien supérieur à la valeur donnée par (1.2). Nous avons déjà rencontré cette difficulté d'établir des prédictions à partir du modèle de Verhulst (transparents 61 et 68).

(3) (a) Par exemple, d'après [Bas22a, Chapitre "Fonctions (de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ )] ou [Bas22b, Chapitre "Dérivée, différentiation"], l'équation de la tangente à la courbe  $y = f(t)$  au point d'abscisse  $t$  est donnée par

$$\frac{Y - f(t)}{X - t} = f'(t),$$

soit encore

$$Y = (X - t)f'(t) + f(t). \quad (1.3)$$

(b) Pour le modèle de Verhulst au point d'inflexion, on a, d'après le transparent 48, au point d'inflexion d'abscisse  $\hat{t}$

$$N(\hat{t}) = \frac{K}{2}, \quad (1.4)$$

puis, d'après l'équation différentielle (15) des transparents, on en déduit

$$\begin{aligned} N'(\hat{t}) &= aN(\hat{t}) \left(1 - \frac{N(\hat{t})}{K}\right), \\ &= a\frac{K}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right), \\ &= a\frac{K}{4}, \end{aligned}$$

et (1.3) s'écrit

$$Y = (X - \hat{t})a\frac{K}{4} + \frac{K}{2}, \quad (1.5)$$

où  $\hat{t}$  est donné par l'équation (20) des transparents.

REMARQUE 1.1. Cette formule a été programmée dans la fonction `regression_logistique` et si on tape

```
anfind=2200;
[K,y0,a,t0,resnorm,resnormc,yfin]=regression_logistique(...
t,y,[],[],[],'M',[],[],[],[],anfind,1);
disp(yfin);
```

la tangente est rajoutée au graphique, comme le montre la figure 1.2 page suivante.

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.3.

Exercice, dépendant des données de chacun, non corrigé,

## Exercices facultatifs

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.4.

Voir le script `usa.m` et taper :

```
usa;
```

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.5.

Taper :

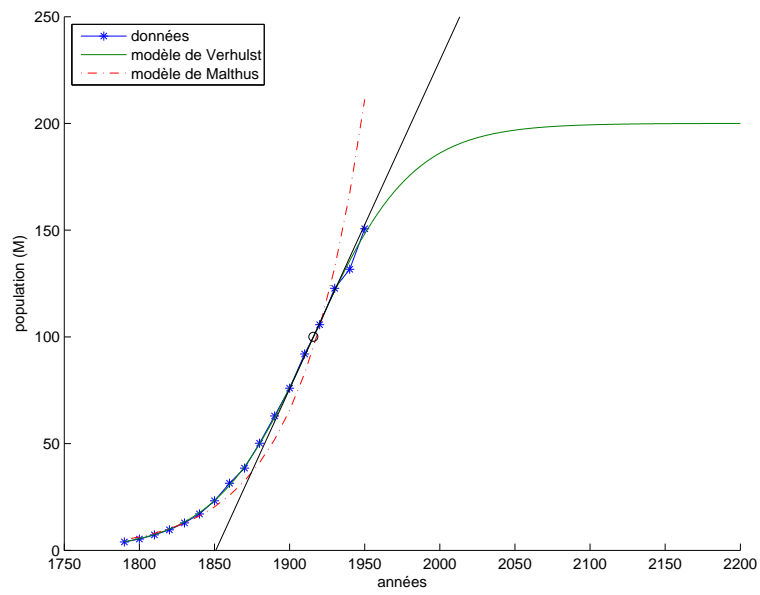


FIGURE 1.2. La population des USA jusqu'en 2200 et la tangente au point d'inflexion.

```

donnee_elephant ;
[K,y0,a,t0,resnorm,resnormc]=regression_logistique(t,y,0,[],yc,[],1000,0,1);

```

## CORRECTION DU TRAVAUX DIRIGÉS 2

### La transition démographique et la prospective démographique

CORRECTION DE L'EXERCICE 2.1.

- (1) On regardera la fonction `evolution_population_scenario_moyen.m` et, pour créer les deux figures des transparents 88 et 89, on tapera :

```
[ tfin , tbb , x , y , er ] = evolution _ population _ scenario _ moyen ( 1970 );
```

- (2) Non corrigé.
- (3) Non corrigé. En cours de préparation. Au lieu de résoudre l'équation différentielle (43), on utilisera l'expression (44) des transparents pour déterminer  $N(t)$ . On notera si l'on interpole de façon linéaire par morceaux la fonction  $r$  en utilisant `interp1`, sa primitive intégrale sera un polynôme de degré 2 par morceaux.
- (4) Non corrigé.

#### Exercices facultatifs

CORRECTION DE L'EXERCICE 2.2.

Non corrigé.



## Bibliographie

- [Bas22a] J. BASTIEN. *Mathématiques Fondamentales pour l'Informatique*. Notes de cours de l'UV MFI (Département Informatique) de Polytech Lyon, disponible sur le web : <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>. 2022. 270 pages.
- [Bas22b] J. BASTIEN. *Mathématiques Fondamentales pour l'Ingénieur*. Notes de cours de l'UV MFImater (Département Matériaux) de Polytech Lyon, disponible sur le web : <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>. 2022. 127 pages.