Informatique 3A MFI — Automne 2023

QCM (maison) pour le 17 octobre 2023

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

Chapitre 8, section 8.2

Question 1 On dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, à valeurs réelles, est convergente et a pour limite $l \in \mathbb{R}$ ssi

$$\exists N \in \mathbb{N}, \quad \forall \varepsilon > 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad (n \geq N \Longrightarrow |u_n - l| \leq \varepsilon).$$

Cette assertion est

- [x] fausse.
- [ ] bonne.

Explication : Voir la définition 8.1 du cours et prendre gare à l'ordre des quantificateurs et des prédicats.

Question 2 ♣ Une suite à valeurs complexes est convergente et a pour limite $l \in \mathbb{C}$ ssi

- [x] sa partie réelle et sa partie imaginaire convergent.
- [ ] sa partie réelle ou sa partie imaginaire convergent .
- [x] son module et son argument convergent.
- [ ] son module ou son argument convergent .
- [ ] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le lemme 8.2 du cours. Il est de même pour le module et son argument. Attention, cependant, à prendre la convergence de l'argument "modulo-2π".

Question 3 ♣ Si une suite à valeurs complexes a un module qui tend vers l'infini,

- [ ] sa partie réelle et sa partie imaginaire tendent vers l'infini.
- [ ] sa partie réelle et sa partie imaginaire convergent vers une valeur finie.
- [ ] sa partie réelle converge vers une valeur finie et sa partie imaginaire tend vers une valeur infinie.
- [x] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Toutes les réponses sont fausses. Voir la définition 8.3 du cours. Si par exemple $u_n = n$, alors la partie imaginaire est nulle et ne tend pas vers l'infini. Si la partie réelle et sa partie imaginaire converge vers une valeur finie, alors le module tend vers une valeur finie.

Question 4 ♣ La somme de deux suites monotones est

- [ ] monotone.
- [ ] non monotone.
- [x] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : C'est vrai seulement si elles sont toutes les deux croissantes ou toutes les deux décroissantes. Si par exemple, elle sont toutes les deux croissantes, alors on a : si (u_n) et $v(v_n)$ sont croissantes, alors, d'après la définition 8.5, on a pour tout n, $u_n + v_n \leq u_{n+1} + v_{n+1}$ et donc la suite $(u_n + v_n)$ est décroissante. Si elle n'ont pas la même monotonie, c'est faux : si (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante, $u_n + v_n$ peut être croissante (par exemple $u_n = n$, $v_n = -n + (n/2 + 1)$) ou ni croissante ni décroissante (par exemple $u_n = n$, $v_n = -n + (-1)^n/n$ pour $n \geq 2$). Cette assertion est donc fausse dans le cas général.

Question 5 ♣ Si u_n est croissante et v_n est décroissante, alors $u_n - v_n$ est

- [x] croissante.
- [ ] décroissante.
- [ ] ni croissante ni décroissante.
- [ ] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : En effet, $-v_n$ est croissante et d'après la définition 8.5, on a pour tout n, $u_n - v_n \leq u_{n+1} - v_{n+1}$ et donc la suite $(u_n - v_n)$ est croissante.

Question 6 ♣ Si une suite complexe est bornée, alors elle est

- ☐ majorée.
- ☐ majorée et minorée.
- ☐ non majorée.
- ☐ non majoré ou non minorée.
- ■ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la définition 8.11 et le fait que la notion de majoration ou de minoration n'a pas de sens pour une suite complexe.

Chapitre 8, section 8.3

Question 7 Si deux suites (à valeurs complexes) (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers l et l', alors la suite $(u_n + v_n)$ converge vers $l + l'$.

■ C'est vrai. ☐ C'est faux.

Explication : Voir la proposition 8.12.

Question 8 Si deux suites (à valeurs complexes) (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers l et l', alors la suite (u_n/v_n) converge vers l/l'.

☐ C'est vrai. ■ C'est faux.

Explication : C'est vrai, uniquement si $l' \neq 0$. Voir la proposition 8.12.

Question 9 ♣ Si une suite réelle est croissante, alors

- ■ Elle tend vers l'infini ou elle converge.
- ☐ Elle tend vers l'infini.
- ☐ Elle converge.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le théorème 8.17.

Question 10 ♣ Si une suite réelle est croissante non convergente, alors

■ Elle tend vers l'infini. ☐ Elle converge. ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le théorème 8.17.

Chapitre 8, section 8.5

Question 11 ♣ La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 est égale à

- ☐ $(n+1)u_0 + \dfrac{rn(n+1)}{2}$.
- ■ $\dfrac{1}{2}$ (premier terme + dernier terme) × nombre de termes.
- ■ $nu_0 + \dfrac{rn(n-1)}{2}$.
- ☐ $\dfrac{1}{2}$ (premier terme + dernier terme) × (nombre de termes − 1).
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir les proposition 8.29 et 8.30. Attention au fait que l'on évoque la somme des n premiers termes et non des $n+1$ premiers !

Question 12 La somme des $n+1$ premiers termes d'une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 est égale à

- ■ $\begin{cases} u_0(n+1), & \text{si } q = 1, \\ u_0 \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}, & \text{si } q \neq 1. \end{cases}$
- ☐ $u_0 \dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}$.

Explication : Voir la proposition 8.31 et prendre garde au fait que l'expression donnée par $u_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ n'est vraie que si q est différent de 1.

Question 13 ♣ On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} k^3.$$

On a

- ■ $S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$.
- ■ $S_n = 1/4\, n^4 + 1/2\, n^3 + 1/4\, n^2$.
- □ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication ***:*** Voir la remarque 8.34 du cours et la correction de l'exercice de TD 8.13 et constater que les deux expressions données sont égales !