

QCM (maison) pour le 04 octobre 2024
Important :

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécessaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

HAUNIME Anne

Chapitre 3**Question 1 ♣** Posons

$$I = \int_0^{1/3\pi} \tan(x) dx.$$

On a

$$I = -1. \tag{1}$$

$$I = 2 \tan(1/3\pi). \tag{2}$$

$$I = 4 \tan(1/3\pi). \tag{3}$$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : On peut éliminer d'emblée tous les résultats des équations (1) à (3). En effet, on a, puisque $x \mapsto \tan x$ est croissante sur $[0, 1/3\pi]$

$$\forall x \in [0, 1/3\pi], \quad 0 \leq \tan(x) \leq \tan(1/3\pi),$$

et par intégration sur $[0, 1/3\pi]$

$$0 \leq \int_0^{1/3\pi} \tan(x) dx \leq 1/3\pi \tan(1/3\pi),$$

et en particulier puisque $1/3\pi < 2$

$$-1 < I < 2 \tan(1/3\pi) \leq 4 \tan(1/3\pi)$$

La vraie réponse était

$$I = \ln(2),$$

issue de la CORRECTION DE L'EXERCICE DE TD 3.1, question 5.

Question 2 Posons

$$I = \int_1^3 (2x - 1)^{-1} dx.$$

On a

$$I = 1/2 \ln(5). \quad (1)$$

$$I = -1. \quad (2)$$

$$I = 10. \quad (3)$$

Explication : On peut éliminer d'emblée les résultats des équations (2) et (3). En effet, on a, puisque $x \mapsto (2x - 1)^{-1}$ est (définie) et décroissante sur $[1, 3]$

$$\forall x \in [1, 3], \quad \frac{1}{5} \leq (2x - 1)^{-1} \leq 1,$$

et par intégration sur $[1, 3]$

$$\frac{2}{5} \leq \int_1^3 (2x - 1)^{-1} dx \leq 2,$$

et en particulier puisque $2 < 10$

$$-1 < I < 10$$

Il ne reste plus que le résultat correct ((1)), issu de la CORRECTION DE L'EXERCICE DE TD 3.1, question 7 .

Chapitre 6, section 6.2

Question 3 La solution de l'équation différentielle

$$-y'(t) + 2y(t) = 1 + t + t^2.$$

avec la condition initiale

$$y(1) = 2.$$

est donnée par $y(t) = -\frac{1}{2}e^{2(t-1)} + (1/2 t^2 + t + 1)$.

C'est vrai.

C'est faux.

Explication : Ici, ce n'est pas la peine de résoudre l'équation différentielle de l'énoncé, il suffit de vérifier que la fonction y donnée vérifie bien l'équation différentielle de l'énoncé ce qui est ce cas ici ! Voir la détermination de la solution dans la correction de l'exercice de TD 6.2.

Question 4 La solution de l'équation différentielle

$$2y'(t) + 3y(t) = \cos(t),$$

avec la condition initiale

$$y(1) = 2,$$

est donnée par $y(t) = (2 - 1/5 e^1) e^{3/2} e^{-3/2 t} + 1/5 e^t$.

C'est vrai.

C'est faux.

Explication : Ici, ce n'est pas la peine de résoudre l'équation différentielle de l'énoncé, il suffit de vérifier que la fonction y donnée vérifie bien l'équation différentielle de l'énoncé ce qui est ce cas ici ! Voir la détermination de la solution dans la correction de l'exercice de TD 6.3, question 1.

Question 5 La solution de l'équation différentielle

$$\forall t \in [t_0, +\infty[, \quad ay'(t) + by(t) = f(t),$$

avec la condition initiale

$$y(t_0) = y_0.$$

existe et est unique.

existe mais n'est pas nécessairement unique.

n'existe pas nécessairement.

Explication : On a déterminé cette unique solution grâce aux différentes méthodes vues en cours !

Question 6 Si on choisit une fonction z dérivable sur $[t_0, +\infty[$, on peut déterminer a , b , y_0 et t_0 et f telle que z soit solution de de l'équation différentielle

$$\forall t \in [t_0, +\infty[, \quad az'(t) + bz(t) = f(t), \quad (1a)$$

avec la condition initiale

$$z(t_0) = y_0. \quad (1b)$$

C'est vrai.

C'est faux.

Explication : Il suffit de prendre a , b et t_0 quelconques et de poser $f(t) = az'(t) + bz(t)$ et $y_0 = f(t_0)$. Par définition de f , z est solution de l'équation différentielle (1) !

Chapitre 4

Question 7 ♣ J'ai acheté une gomme et un stylo. Le stylo coûte 10 € de plus que la gomme et j'ai payé en tout 11 €. La gomme coûte

3 €

1 €

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir la correction de l'exercice de TD 4.3

Question 8 Le système matriciel $AX = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix},$$

possède une unique solution égale à $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

ne possède aucune solution

possède un nombre infini de solution

Question 9 Le système matriciel $AX = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix},$$

possède une unique solution

ne possède aucune solution

possède un nombre infini de solution

Question 10 Le système matriciel $AX = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 5 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix},$$

possède une unique solution
 ne possède aucune solution
 possède un nombre infini de solution

Question 11 ♣ Pour résoudre le système matriciel

$$AX = b, \tag{1}$$

avec

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 8 & 5 & -1 \end{pmatrix},$$

$$b = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix},$$

je remarque que $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est une solution de ce système.

J'en déduit que le système (1) possède une unique solution, qui est celle que j'ai.
 Je n'en déduit rien du tout.

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : On a au moins une solution X du système (1). D'après le théorème 4.26 du cours, on est

- soit dans le cas 1 (solution unique)
- soit dans le cas 2b (infinité de solution)

On ne peut en conclure plus sans étudier la matrice A à ce niveau du calcul. Ainsi, les deux réponses sont fausses puisque que l'on a évincé le cas 2a (aucune solution) du théorème 4.26 du cours. Un peu calcul supplémentaire nous montre que A n'est pas inversible et on est donc dans le cas 2b du théorème 4.26 du cours (infinité de solution) !