POLYTECH LYON — Université Claude Bernard Lyon 1

Informatique 3A MFI — Automne 2023

QCM (maison) pour le 8 novembre 2023

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

Chapitre 9, section 9.2

Question 1 Pour une série de terme général u_n convergente, la suite (v_n) définie par $v_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$

- [x] converge.
- [ ] tend vers zéro.
- [ ] peut ne pas converger.

Explication : C'est la définition même de la convergence. Voir la définition 9.2.

Question 2 Pour une série de terme général u_n, si elle converge alors, la suite (u_n) tend vers zéro. Cette assertion est

- [x] vraie.
- [ ] fausse.

Explication : Voir la proposition 9.5.

Chapitre 9, section 9.3

Question 3 ♣ La série associée à la suite arithmético-géométrique donnée par $u_{n+1} = au_n + b$ converge si :

- [x] a appartient à $]-1, 1[$ et $b = 0$
- [ ] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*
- [x] u_0 et b sont nuls

Explication : Voir la proposition 9.11.

Chapitre 9, section 9.4

Question 4 Une série à termes positifs est toujours convergente dans

- [x] $[0, +\infty]$.
- [ ] $\mathbb{R}_+$.

Explication : Voir la remarque 9.14.

Question 5 ♣ Soient deux séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ à termes positifs telles que, pour tout n, $u_n \leq v_n$, alors

- [x] La convergence de la série de terme général v_n entraîne la convergence de la série de terme général u_n.
- [x] La divergence de la série de terme général u_n entraîne la divergence de la série de terme général v_n.
- [ ] La convergence de la série de terme général u_n entraîne la convergence de la série de terme général v_n.
- [ ] La divergence de la série de terme général v_n entraîne la divergence de la série de terme général u_n.
- [ ] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la proposition 9.15.

Chapitre 9, section 9.5

Question 6 Pour une série absolument convergente de terme général u_n,

☒ la suite (u_n) tend vers zéro. ☐ la suite (u_n) ne tend pas vers zéro.

Explication : Voir la proposition 9.5 et 9.21 : une série absolument convergente est convergente et son terme général tend vers zéro.

Chapitre 9, section 9.6

Question 7 ♣ Pour une série alternée de terme général (u_n), alternée,

☒ u_n tend vers zéro.
☒ $|u_n|$ tend vers zéro.
☒ $|u_n|$ est décroissante.
☐ (u_n) est décroissante.
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le théorème 9.25 en remarquant que $|u_n|$ tend vers zéro ssi (u_n) tend vers zéro.

Chapitre 9, section 9.7

Question 8 ♣ La série de terme général $x^n/n!$ converge

☒ pour tout $x \in \mathbb{R}$. ☒ pour tout $x \in]-1,1[$. ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la proposition 9.29. La convergence pour $x \in \mathbb{R}$ entraîne aussi la convergence pour $x \in]-1,1[$!

Généralités

Question 9

En haut de chacune des pages du questionnaire, figure un code comme celui représenté ci-dessus. Ce code contient 12 cases sur la première ligne, puis 2 fois 6 cases sur la seconde ligne. Ce code est un code unique par copie afin de prévoir un scan et un traitement robuste des copies (même mélangées).
En vous mettant à plusieurs, essayez de déterminer ce que signifient la première ligne puis les 6 premières cases de la seconde ligne (la réponse n'est pas si binaire !).

☐f ☐p ☒j *Reservé*

Vous trouverez ci-dessous la section "5.4.16 Le code binaire" de la documentation du logiciel AMC qui a permis de générer ce sujet (voir `https ://www.auto-multiple-choice.net/index.fr`)
"Le code binaire permet à AMC de reconnaître le numéro du sujet et le numéro de la page du sujet.

- Première ligne : 12 cases (valeur par défaut) : nombre maximal de sujets= $2^{12} - 1 = 4095$.
- Seconde ligne : 6 premières cases (valeur par défaut) : nombre maximal de pages par sujet= $2^6 - 1 = 63$.
- Seconde ligne : 6 dernières cases (valeur par défaut) : code de contrôle.

"

Les nombres sont donc codés en binaire (base 2), commençant à 1, le noir correspondant à 1 et le blanc à 0, le chiffre des unités étant placé à droite.

+5/3/42+

Sur la figure ci-dessus, on a par exemple :

- pour la première ligne : le numéro de sujet est $2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 1 = 5$.
- pour la seconde ligne : le numéro de page pour ce sujet est $2^1 \times 1 + 2^0 \times 1 = 3$.
- pour la seconde ligne : le code de contrôle est $2^5 \times 1 + 2^4 \times 0 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 0 + 2^1 \times 1 + 2^0 \times 0 = 42$.

Ces trois informations apparaissaient en toute lettres (en tout chiffre en fait) en haut à droite de la copie comme le montre la figure ci-dessus (+5/3/42+) ! Cette page est donc la troisième page du sujet numéro 5 avec un code de contrôle égal à 42.

Question 10 ♣ On suppose que l'on a montré l'implication

$$\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B},$$

où $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont deux propriétés. Alors,

- ☐ la propriété $\mathcal{A}$ est une condition nécessaire à la propriété $\mathcal{B}$
- ☐ la propriété $\mathcal{B}$ est une condition suffisante à la propriété $\mathcal{A}$
- ■ la propriété $\mathcal{B}$ est une condition nécessaire à la propriété $\mathcal{A}$
- ■ la propriété $\mathcal{A}$ est une condition suffisante à la propriété $\mathcal{B}$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Simple question de vocabulaire !
En effet, d'après `https://fr.wikipedia.org/wiki/Condition_nécessaire` en logique mathématique, une condition nécessaire à l'assertion $\mathcal{A}$ est une assertion $\mathcal{B}$ telle que : $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$. Autrement dit, il est nécessaire que l'assertion $\mathcal{B}$ soit vraie pour que l'assertion $\mathcal{A}$ le soit.
D'après `https://fr.wikipedia.org/wiki/Condition_suffisante`, une condition suffisante à l'assertion $\mathcal{B}$ est une assertion $\mathcal{A}$ telle que : $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$. Autrement dit, il suffit que l'assertion $\mathcal{A}$ soit vraie pour que l'assertion $\mathcal{B}$ le soit.

Question 11 ♣ On suppose que l'on a montré l'implication

$$\mathcal{A} \text{ ou } \mathcal{B} \Longrightarrow \mathcal{C},$$

où $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ sont trois propriétés. Alors, la propriété $\mathcal{C}$ est vraie si

- ■ la propriété $\mathcal{A}$ est vraie
- ■ la propriété $\mathcal{B}$ est vraie
- ■ les propriétés $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont vraies
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Pour que $\mathcal{C}$ soit vraie, il suffit que $\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$ soient vraies. Si $\mathcal{A}$ est vraie alors la propriété ($\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$) est vraie, et par hypothèse, $\mathcal{C}$ est vraie. Il en est de même si $\mathcal{B}$ est vraie. Ainsi les deux réponses "la propriété $\mathcal{A}$ est vraie" et "la propriété $\mathcal{B}$ est vraie" sont vraies. De même, si $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont vraies, alors *a fortiori*, la propriété ($\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$) est vraie, et par hypothèse, $\mathcal{C}$ est vraie. Prenez-en de la graine pour les éventuels QCM à venir ....