

QCM (maison) pour le 13 novembre 2024
Important :

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécessaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

HAUNIME Anne

Chapitre 8, section 8.2

Question 1 ♣ Si une suite à valeurs complexes a un module qui tend vers l'infini, sa partie réelle et sa partie imaginaire tendent vers l'infini.

sa partie réelle et sa partie imaginaire convergent vers une valeur finie.

sa partie réelle converge vers une valeur finie et sa partie imaginaire tend vers une valeur infinie.

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Toutes les réponses sont fausses. Voir la définition 8.3 du cours. Si par exemple $u_n = n$, alors la partie imaginaire est nulle et ne tend pas vers l'infini. Si la partie réelle et sa partie imaginaire convergent vers une valeur finie, alors le module tend vers une valeur finie.

Question 2 ♣ La somme de deux suites croissantes est croissante.

décroissante.

ni croissante ni décroissante.

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Si (u_n) et (v_n) sont croissantes, alors, d'après la définition 8.5, on a pour tout n , $u_n + v_n \leq u_{n+1} + v_{n+1}$ et donc la suite $(u_n + v_n)$ est croissante.

Question 3 ♣ La somme de deux suites monotones est

monotone.

non monotone.

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : C'est vrai seulement si elles sont toutes les deux croissantes ou toutes les deux décroissantes. Si par exemple, elle sont toutes les deux croissantes, alors on a : si (u_n) et (v_n) sont croissantes, alors, d'après la définition 8.5, on a pour tout n , $u_n + v_n \leq u_{n+1} + v_{n+1}$ et donc la suite $(u_n + v_n)$ est croissante. Si elle n'ont pas la même monotonie, c'est faux : si (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante, $u_n + v_n$ peut être croissante (par exemple $u_n = n$, $v_n = -n + (n/2 + 1)$) ou ni croissante ni décroissante (par exemple $u_n = n$, $v_n = -n + (-1)^n/n$ pour $n \geq 2$). Cette assertion est donc fausse dans le cas général.

Question 4 ♣ Le produit de deux suites croissantes est
 croissant.
 décroissant.

ni croissant ni décroissant.
Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Toutes ces réponses sont fausses, puisque le signe des suites intervient. On rappelle que si a, b, c et d sont des nombres positifs, alors

$$a \leq b \text{ et } c \leq d \implies ac \leq bd \quad (1)$$

Ainsi, si (u_n) et (v_n) sont des suites croissantes, à termes positifs, alors d'après (1), puisque $u_n \leq u_{n+1}$ et $v_n \leq v_{n+1}$, on a $u_n v_n \leq u_{n+1} v_{n+1}$, ce qui traduit la croissance de la suite $(u_n v_n)$. Cela est faux si elle ne sont pas toutes les deux positives.

- Prenons par exemple $u_n = -1/n^2$, pour $n \geq 1$, croissante et négative et $v_n = n$, croissante et positive. On a alors

$$u_n v_n = -\frac{1}{n},$$

et $(u_n v_n)$ est croissante.

- Si au contraire, $u_n = -1/n$, pour $n \geq 1$, croissante et négative et $v_n = n^2$, croissante et positive. On a alors

$$u_n v_n = -n,$$

et $(u_n v_n)$ est décroissante.

Question 5 ♣ Si une suite réelle est bornée, alors elle est
 majorée.
 majorée et minorée.
 non majorée.

non majoré ou non minorée.
 non majoré et non minorée.
Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir les définitions 8.9 et 8.10.

Chapitre 8, section 8.3

Question 6 Si deux suites (à valeurs complexes) (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers l et l' , alors la suite $(u_n v_n)$ converge vers ll' .

C'est vrai. C'est faux.

Explication : Voir la proposition 8.12.

Question 7 Si deux suites (à valeurs complexes) (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers l et l' , alors la suite (u_n/v_n) converge vers l/l' .

C'est vrai. C'est faux.

Explication : C'est vrai, uniquement si $l' \neq 0$. Voir la proposition 8.12.

Question 8 Si deux suites (à valeurs complexes) (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers $+\infty$ et $-\infty$, alors la suite $(u_n + v_n)$ converge vers 0.

C'est faux. C'est vrai.

Explication : C'est une forme indéterminée. Voir la remarque 8.13.

Question 9 ♣ Si une suite réelle est croissante non majorée, alors

Elle tend vers l'infini. Elle converge. *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le théorème 8.18.

Question 10 ♣ Si une suite réelle est croissante non convergente, alors

Elle tend vers l'infini. Elle converge. *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le théorème 8.18.

Chapitre 8, section 8.5

Question 11 ♣ La somme des $n + 1$ premiers termes d'une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 est égale à

$$(n + 1)u_0 + \frac{rn(n + 1)}{2}.$$

$$\frac{1}{2} (\text{premier terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes}.$$

$$nu_0 + \frac{rn(n + 1)}{2}.$$

$$\frac{1}{2} (\text{premier terme} + \text{dernier terme}) \times (\text{nombre de termes} - 1).$$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir les propositions 8.30 et 8.31.

Question 12 ♣ On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$S_n = \sum_{k=1}^n k^2.$$

On a

$$S_n = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$$

$$S_n = \frac{1}{6} (2n^3 + 3n^2 + n).$$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir la remarque 8.35 du cours et la correction de l'exercice de TD 8.12 et constater que les deux expressions données sont égales !

Question 13 On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout p dans \mathbb{N} :

$$S_n^p = \sum_{k=1}^n k^p.$$

On peut calculer de façon explicite S_n^p .

On ne peut pas calculer de façon explicite S_n^p .

Explication : Voir le point 5a page 65 et la remarque 8.34 page 66 du cours.