

Examen du 01 octobre 2014

Durée : 1,5 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**

Exercice issu des TD

On cherche à calculer dans cet exercice, l'intégrale I définie par

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

(1) En faisant le changement de variable $x = \tan(t)$, montrer que

$$I = 2 \int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos t}.$$

(2) En faisant maintenant le changement de variable $u = \sin(t)$, montrer que

$$I = -2 \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{u^2 - 1}.$$

(3) Enfin, en montrant que

$$\frac{1}{u^2 - 1} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{u + 1} - \frac{1}{u - 1} \right),$$

conclure quant à la valeur de I .**Exercice 2.**

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} 2y'(t) + 3y(t) = e^{-t}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Exercice 3.

Résoudre le système matriciel $AX = b$ dans chacun des 3 cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ -4 & -8 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ -4 & -8 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

On précisera dans chaque cas s'il y a une, aucune ou un nombre infini de solution.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>