Informatique 3A MFI — Automne 2015

Examen du 25 Septembre 2015

Durée : 1,5 heure(s)

Documents autorisés : OUI ☒ NON ☐
Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits

Calculatrice autorisée : OUI ☒ NON ☐
Tout type

Exercice 1.

(1) Déterminer la dérivée de $f(x) = \ln(\cos(x)) + \tan(x)$.

(2) (a) Par intégration par partie, déterminer la primitive de $g(x) = x^2 \ln(x)$.

(b) Quelle est la valeur de

$$I = \int_1^2 g(x)dx\,?$$

Exercice 2.
Résoudre le système matriciel $AX = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3.
Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} y'(t) + 3y(t) = \cos(t), \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

On pourra chercher une solution particulière sous la forme $y_p(t) = A\cos(t) + B\sin(t)$.

Exercice 4.
Exercice Bonus
On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx.$$

(1) (a) Calculer I_0.

(b) En utilisant une intégration par partie, établir une relation de récurrence entre I_n et I_{n-1}, pour $n \geq 1$.

(2) Déterminer successivement I_1, I_1, I_2 et I_3.

(3) (a) Écrire la relation de récurrence de n à 1 et en sommant ces égalités, obtenir une expression explicite de I_n.

(b) Retrouver alors la valeur de I_3.

Exercice 5.
Résoudre le système matriciel $AX = b$ dans chacun des 3 cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

On précisera dans chaque cas s'il y a une, aucune ou un nombre infini de solutions.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`