

Examen du 27 Septembre 2016

Durée : 2 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**

Par intégration par partie, déterminer

$$I = \int_1^2 x^2 \ln(x) dx.$$

Exercice 2.

On veut déterminer l'intégrale suivante

$$I = \int_0^\pi \frac{1}{2 \cos(x) + 3} dx. \quad (1)$$

On pourra admettre certains résultats et passer aux questions suivantes.

(1) Montrer que l'on a

$$\cos(x) = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

(2) En faisant le changement de variable $t = \tan(x/2)$ dans (1), en déduire que

$$I = 2 \lim_{X \rightarrow +\infty} \int_0^X \frac{dt}{t^2 + 5}. \quad (2)$$

(3) Conclure en posant finalement dans l'intégrale de (2), $t = \sqrt{5}u$.**Exercice 3.**Résoudre le système matriciel $AX = b$ avec

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

Exercice 4.

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} y'(t) + 3y(t) = \sin(t), \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

On pourra chercher une solution particulière sous la forme $y_p(t) = A \cos(t) + B \sin(t)$.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>