

**Examen du 27 Septembre 2023**

Durée : 1,5 heure(s)

**Documents autorisés :** OUI  NON *Photocopiés de l'UE, notes manuscrites. Écrans, Livres et Internet interdits***Calculatrice autorisée :** OUI  NON *Tout type***Exercice 1.**

- (1) (a) Quel est le développement limité de la fonction arctan au voisinage de 0 à l'ordre 3 ?  
(b) Quel est le développement limité de la fonction sin au voisinage de 0 à l'ordre 3 ?
- (2) En déduire le développement limité de arctan(sin( $x$ )) au voisinage de 0 à l'ordre 3.

**Exercice 2.**

- (1) Soit  $t$  un réel strictement positif. Calculer l'intégrale suivante

$$I = \int_1^t \ln(x) dx.$$

On fera une intégration par parties.

- (2) Donner une primitive du logarithme.

**Exercice 3.**Résoudre le système matriciel  $AX = b$  dans chacun des deux cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 6 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 25 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 4.**

Les deux questions sont indépendantes.

- (1) Déterminez la solution de l'équation différentielle solution de l'équation différentielle

$$y'(t) + 3y(t) = 1 + 2t + t^2 + t^3,$$

avec la condition initiale

$$y(1) = 2.$$

On cherchera une solution particulière sous la forme d'un polynôme.

- (2) On cherche la solution de l'équation différentielle solution de l'équation différentielle

$$-y'(t) + 2y(t) = \sin(2t),$$

avec la condition initiale

$$y(1) = 1.$$

On utilise la méthode de la variation de constante. Pour cela, on procédera comme suit : on pourra faire une double intégration par partie

## Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>