

Examen du 02 octobre 2024

Durée : 1,5 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON Autorisés : *Pycopiés de l'UE, notes manuscrites.*Interdits : *Écrans (sauf tablette et ordinateurs en mode avion), Livres et Internet***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**

- (1) Quel est le développement limité de la fonction \sin au voisinage de 0 à l'ordre 4 ?
- (2) En déduire le développement limité de $\sin(\sin(x))$ au voisinage de 0 à l'ordre 4.

Exercice 2.En faisant le changement de variable $u = \sin t$, déterminer la valeur de

$$I = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^3 t}{\sin^5 t} dt.$$

Exercice 3.Calculer le travail qu'il faut dépenser pour allonger un ressort d'une longueur passant de 0 à l_0 sachant que la force est proportionnelle au déplacement : $F = Kx$.On pourra décomposer le travail de la force en une somme de travaux élémentaires dW chacun étant égal au travail de la force F sur le trajet dx puis sommer tous ces travaux élémentaires :

$$I = \int_0^{l_0} dW.$$

Exercice 4.Résoudre le système matriciel $AX = b$ dans chacun des deux cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 10 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \\ 44 \end{pmatrix}.$$

Exercice 5.

Soient a , b et γ , trois réels (avec a non nul). Résoudre l'équation différentielle

$$ay'(t) + by(t) = e^{\gamma t}. \quad (1)$$

Comme dans l'exemple 6.4 du cours, on cherchera une solution particulière sous la forme $\hat{y}(t) = Ke^{\gamma t}$ où K est un réel. Cette méthode ne sera valable que si $\gamma \neq -b/a$. Dans ce cas, il faudra chercher une autre méthode.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>