

Corrigé de l'examen du 28 septembre 2017**Correction de l'exercice 1.**

- (1) En dérivant $\ln(x)$ et intégrant x^3 , on obtient :

$$I = -\frac{15}{16} + 4 \ln(2).$$

- (2) On obtient

$$I = 1/4 \pi.$$

Correction de l'exercice 2.

- On cherche une solution particulière sous la forme $y_p = \lambda e^{2t}$. On obtient

$$e^{2t} = 4y' + 2y = \lambda e^{2t}(8 + 2) = 10\lambda e^{2t},$$

et donc $\lambda = 1/10$ et donc

$$y_p = \frac{1}{10}e^{2t}.$$

- La solution générale de l'équation sans second membre (ou EHA) est

$$y = Ce^{-\frac{1}{2}t},$$

où C est un réel.

- Ainsi, on a

$$y = Ce^{-\frac{1}{2}t} + \frac{1}{10}e^{2t}.$$

Cette solution pouvait aussi être obtenue par variation de la constante.

- La condition initiale fournit

$$1 = y(0) = C + \frac{1}{10};$$

et donc $C = 9/10$.

Bref, on a

$$y(t) = 1/10 e^{2t} + \frac{9}{10} e^{-1/2 t}.$$

Correction de l'exercice 3.

On obtient les résultats suivants

- (1) Le système admet une solution unique donnée par

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (2) Il y a au moins une équation superflue et le système admet un ensemble infini de solution.
(3) Il y a au moins une équation incompatible et le système n'admet aucune solution.