

**Examen à mi-parcours du 12 septembre
2014**

Durée : 1 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON

Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits

Calculatrice autorisée : OUI NON

Tout type

Exercice 1.

Former le développement limités en zéro de la fonction $f(x) = e^{\sin x}$ à l'ordre 2.

Exercice 2.

(1) Sur l'intervalle $[1, 3]$, étudier la fonction polynomiale donnée par

$$p(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 1. \quad (1)$$

(2) La tracer succinctement

(3) En déduire ses extrêmes.

(4) Quels sont les extrêmes de la fonction $|p|$ sur $[1, 3]$?

Exercice 3.

On étudie dans cet exercice la fonction f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & \text{si } x \neq 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases} \quad (2)$$

(1) Pourquoi f est elle continue sur \mathbb{R}^* ?

(2) (a) On considère les deux suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies respectivement par

$$u_n = 1/(\pi/2 + 2n\pi), \quad (3a)$$

$$v_n = 1/(-\pi/2 + 2n\pi). \quad (3b)$$

En étudiant la limite des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ et $(f(v_n))_{n \in \mathbb{N}}$, montrer que f n'est pas continue en zéro.

(b) Sans justifier, répondre à la question suivante : Est-ce que f admet une limite à droite, à gauche en zéro ?

- (3) Montrer que f est décroissante sur l'intervalle $[2/\pi, +\infty[$.
- (4) Montrer que pour tout $a > 0$, f n'est pas monotone sur $]0, a[$.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>