

**Examen à mi-parcours du 12 septembre  
2014**

Durée : 1 heure(s)

**Documents autorisés :** OUI  NON

*Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits*

**Calculatrice autorisée :** OUI  NON

*Tout type*

**Exercice 1.**

Former le développement limités en zéro de la fonction  $f(x) = e^{\sin x}$  à l'ordre 2.

**Exercice 2.**

(1) Sur l'intervalle  $[1, 3]$ , étudier la fonction polynomiale donnée par

$$p(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 1. \quad (1)$$

(2) La tracer succinctement

(3) En déduire ses extrémas.

(4) Quels sont les extrémas de la fonction  $|p|$  sur  $[1, 3]$  ?

**Exercice 3.**

On étudie dans cet exercice la fonction  $f$  donnée par

$$f(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & \text{si } x \neq 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases} \quad (2)$$

(1) Pourquoi  $f$  est elle continue sur  $\mathbb{R}^*$  ?

(2) (a) On considère les deux suites  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définies respectivement par

$$u_n = 1/(\pi/2 + 2n\pi), \quad (3a)$$

$$v_n = 1/(-\pi/2 + 2n\pi). \quad (3b)$$

En étudiant la limite des suites  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(f(v_n))_{n \in \mathbb{N}}$ , montrer que  $f$  n'est pas continue en zéro.

(b) Sans justifier, répondre à la question suivante : Est-ce que  $f$  admet une limite à droite, à gauche en zéro ?

- (3) Montrer que  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $[2/\pi, +\infty[$ .
- (4) Montrer que pour tout  $a > 0$ ,  $f$  n'est pas monotone sur  $]0, a[$ .

### Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>