

**Examen du 07 Décembre 2021**

Durée : 1,5 heure(s)

**Documents autorisés :** OUI  NON

*Pycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres et Internet interdits*

**Calculatrice autorisée :** OUI  NON

*Tout type*

**Exercice 1.**

Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 4 de  $f(x) = \ln(\cos(x))$ .

**Exercice 2.**

(1) Étudier la fonction suivante

$$\forall x > 0, \quad f(x) = \ln(x) - x,$$

et tracer son graphique.

(2) On considère la fonction suivante

$$f(x) = e^x - x - 1.$$

(a) Étudier cette fonction sur  $\mathbb{R}$ .

(b) (i) Tracer la tangente à la fonction  $e^x$  au point  $x = 0$ .

(ii) Pouvez-vous en donner son équation ?

(iii) Déduire de la question (2a) la position de la courbe représentatrice de l'exponentielle par rapport à cette tangente.

**Exercice 3.**

(1) Déterminer la dérivée de  $f(x) = e^{\cos(x)} + \tan(x)$ .

(2) (a) Par intégration par partie, déterminer la primitive de  $g(x) = x \ln(x)$ .

(b) Quelle est la valeur de

$$I = \int_0^1 g(x) dx ?$$

**Exercice 4.**

Résoudre le système matriciel  $AX = b$  dans chacun des deux cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \\ -3 \end{pmatrix}.$$