

**Corrigé de l'examen initial du 26  
Septembre 2017****Correction de l'exercice 1.**

On considère l'ensemble  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ .

- L'unique parties à 0 élément est  $\emptyset$ ;
- Les 4 parties à 1 éléments sont  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$  et  $\{4\}$ ;
- Les 6 parties à 2 éléments sont  $\{1, 2\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{1, 4\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{2, 4\}$  et  $\{3, 4\}$ ;
- Les 4 parties à 3 éléments sont  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{1, 2, 4\}$ ,  $\{1, 3, 4\}$  et  $\{2, 3, 4\}$ ;
- L'unique parties à 4 élément est  $S$ ;

ce qui nous fait un total de 16 parties.

**Correction de l'exercice 2.**

On obtient les résultats suivants

- (1) Le système admet une solution unique donnée par

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (2) Le système admet une solution unique donnée par

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

**Correction de l'exercice 3.**

La dérivée de  $f$

$$\forall x > 0, \quad f(x) = \ln(x) - x,$$

est donnée par

$$\forall x > 0, \quad f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x},$$

strictement positive sur  $]0, 1[$  et strictement négative sur  $]1, +\infty[$ .  $f$  est donc strictement croissante sur  $]0, 1[$  et strictement décroissante sur  $]1, +\infty[$ . On a  $f(0+) = -\infty$ ,  $f(1) = -1$  et  $f(+\infty) = -\infty$ .

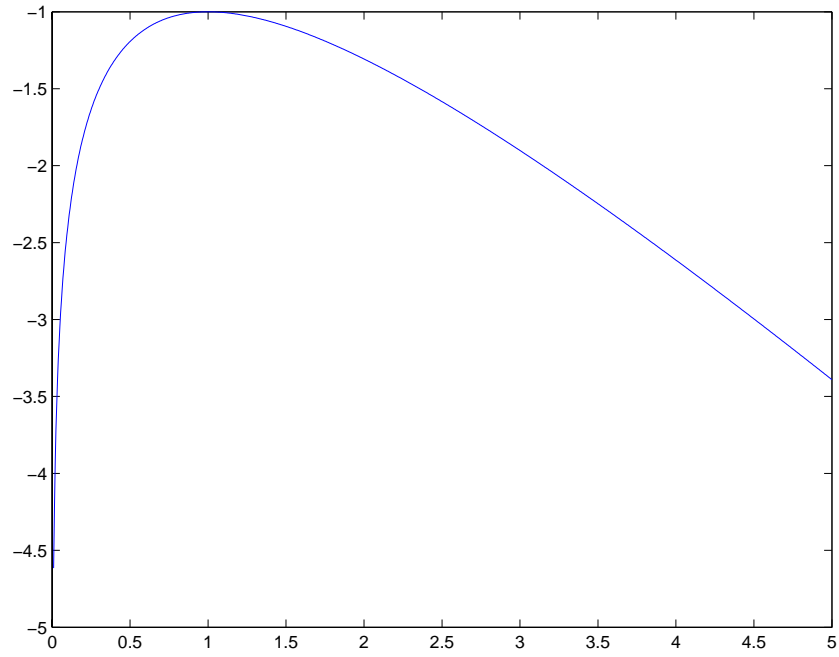
Le graphique de  $f$  est représenté sur la figure 1 page suivante.

**Correction de l'exercice 4.**

On trouve en utilisant par exemple la fonction suivante

[http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/MFI/fichiers\\_matlab/developpement\\_limite.m](http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/MFI/fichiers_matlab/developpement_limite.m),

$$f(x) = x^2 + o(x^3).$$

FIGURE 1. Le graphe de  $f$ .