

**QCM (maison) pour le 25 septembre 2025**

**Important :**

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécessaire.

**Corrigé**

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

HAUNIME Anne

**Chapitre 2, section 2.1**

**Question 1** Si une fonction est dérivable en  $x_0$ , elle est alors

discontinue en  $x_0$                       continue en  $x_0$

**Question 2** La dérivée de  $x \mapsto \sqrt{x}$  est  $x \mapsto 1/(2\sqrt{x})$ .

C'est vrai                      C'est faux

**Question 3 ♣** La fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x}$  est dérivable sur

$\mathbb{R}_+^*$                        $\mathbb{R}$                        $\mathbb{R}_+$                       Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 4 ♣** Soit  $a \in \mathbb{R}_+^*$ . Soit une fonction est continue et positive sur  $[0, a]$ , nulle en 0 et en  $a$ , Alors

elle admet un maximum positif sur $[0, a]$ .	elle admet un maximum strictement positif sur $]0, a[$ , atteint en un unique point.
elle admet un maximum strictement positif sur $[0, a]$ .	elle admet un maximum positif sur $]0, a[$ , atteint en un unique point.
elle admet un maximum positif sur $]0, a[$ .	Aucune de ces réponses n'est correcte.
elle admet un maximum positif sur $[0, a]$ , atteint en un unique point.	

**Question 5 ♣** Soit une fonction est continue et positive sur  $\mathbb{R}_+$ , nulle en 0 et avec une limite nulle en  $+\infty$ , non identiquement nulle sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

Alors

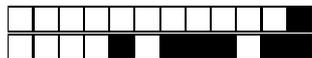
elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+$ .	elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+$ , atteint en un unique point.
elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+$ .	elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+$ , atteint en un unique point.
elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+^*$ .	elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+^*$ , atteint en un unique point.
elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+^*$ .	Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 6 ♣** Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ . On considère l'assertion suivante

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \left( a \neq b \implies \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(a) \right). \tag{1}$$

Si (1) est vraie alors  $f$  est affine.  
Si  $f$  est affine alors (1) est vraie.  
Si  $f$  est constante alors (1) est vraie.

Si  $f(x) = 2x + 3$  alors (1) est vraie.  
Si  $f(x) = 2x^2 + 3$  alors (1) est vraie.  
Aucune de ces réponses n'est correcte.



**Question 7** Peut-on modifier l'égalité suivante pour qu'elle soit valable pour toute fonction  $f$ , définie sur  $\mathbb{R}$  : soit  $a \in \mathbb{R}$  : on dit que  $f$  est dérivable en  $a$  ssi

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \quad \left( a \neq b \implies \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(a) \right)?$$

oui. non.

**Question 8** Un étudiant zélé tient le raisonnement suivant : "On considère  $f$  une fonction dérivable en  $a$ . D'après l'équation (2.11a) du cours, on a

$$f(b) = f(a) + (b - a)f'(a) + (b - a)\varepsilon(b) = f(a) + (b - a)f'(a) + \eta(b)$$

où  $\eta(b) = (b - a)\varepsilon(b)$  qui tend vers 0 si  $b$  tend vers  $a$  d'après l'équation (2.11b), du cours. Ainsi, on peut dire que  $f$  est dérivable en  $b$  ssi

$$f(b) = f(a) + (b - a)f'(a) + \eta(b), \quad (1a)$$

$$\text{avec } \lim_{b \rightarrow a} \eta(b) = 0, \quad (1b)$$

ce qui se substitue à l'équation (2.11) du cours." Ce raisonnement est correct.

non. oui.

## Chapitre 2, section 2.2

**Question 9** Une fonction qui admet un développement limité à l'ordre 5 en un point  $x_0$

admet un développement limité à l'ordre 6

admet un développement limité à l'ordre 3

en ce point.

**Question 10** La fonction  $f : x \mapsto \sin(\tan x)$  admet à l'ordre 7, en zéro le développement limité suivant

$$x + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^5 - \frac{55}{1008}x^7 + o(x^7). \quad (1)$$

$$x + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^4 - \frac{55}{1008}x^7 + o(x^7). \quad (2)$$

$$x + \frac{1}{6x^3} - \frac{1}{40}x^4 - \frac{55}{1008}x^7 + o(x^7). \quad (3)$$

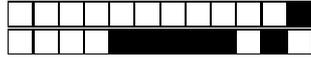
**Question 11** La fonction  $f : x \mapsto \exp(\sin x)$  admet à l'ordre 3, en zéro le développement limité suivant

$$1 + x + o(x) \quad (1)$$

$$1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + o(x^3) \quad (2)$$

$$2 + x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^3) \quad (3)$$

$$1 + x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^3) \quad (4)$$

**Chapitre 2, section 2.4**

**Question 12 ♣** Une fonction de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}$  est différentiable si

$$f(x_1 + h_1, x_2 + h_2, \dots, x_n + h_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \underbrace{a_1 h_1 + a_2 h_2 + \dots + a_n h_n}_{\text{partie linéaire en } (h_1, h_2, \dots, h_n)} + \underbrace{\sqrt{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2} \eta(h_1, h_2, \dots, h_n)}_{\text{partie d'ordre supérieur}}, \quad (1)$$

où

$$\lim_{(h_1, h_2, \dots, h_n) \rightarrow 0} \eta(h_1, h_2, \dots, h_n) = 0. \quad (2)$$

$$\forall (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \quad f(x_1 + h_1, x_2 + h_2, \dots, x_n + h_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, x_2, \dots, x_n) h_i + \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2} \eta(h_1, h_2, \dots, h_n), \quad (3)$$

avec (2).

*Aucune de ces réponses n'est correcte.*

**Chapitre 2, section 2.5**

**Question 13** Si  $f$  est dérivable en  $x$ , on a

$$\Delta f = |f'(x)| \Delta x, \quad (1)$$

Cette équation sera d'autant plus précise que  $\Delta x$  est "petit".

C'est faux.

C'est vrai.

**Généralités**

**Question 14 ♣** On suppose que l'on a montré la double implication

$$\mathcal{A} \iff \mathcal{B},$$

où  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  sont deux propriétés. Alors,

la propriété  $\mathcal{A}$  est une condition nécessaire à la propriété  $\mathcal{B}$

la propriété  $\mathcal{B}$  est une condition suffisante à la propriété  $\mathcal{A}$

la propriété  $\mathcal{B}$  est une condition nécessaire à la propriété  $\mathcal{A}$

la propriété  $\mathcal{A}$  est une condition suffisante à la propriété  $\mathcal{B}$

*Aucune de ces réponses n'est correcte.*