POLYTECH LYON

Université Claude Bernard Lyon 1

Matériaux 3A MFImater

Automne 2025

QCM (maison) pour le 25 septembre 2025

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécessaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

Chapitre 2, section 2.1

Question 1 Si une fonction est dérivable en x_0, elle est alors

- ☐ discontinue en x_0
- ☐ continue en x_0

Question 2 La dérivée de $x \mapsto \sqrt{x}$ est $x \mapsto 1/(2\sqrt{x})$.

- ☐ C'est vrai
- ☐ C'est faux

Question 3 ♣ La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur

- ☐ $\mathbb{R}_+^*$
- ☐ $\mathbb{R}$
- ☐ $\mathbb{R}_+$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 ♣ Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$. Soit une fonction est continue et positive sur $[0, a]$, nulle en 0 et en a,
Alors

- ☐ elle admet un maximum positif sur $[0, a]$.
- ☐ elle admet un maximum strictement positif sur $[0, a]$.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $]0, a[$.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $[0, a]$, atteint en un unique point.
- ☐ elle admet un maximum strictement positif sur $[0, a]$, atteint en un unique point.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $]0, a[$, atteint en un unique point.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 ♣ Soit une fonction est continue et positive sur $\mathbb{R}_+$, nulle en 0 et avec une limite nulle en $+\infty$, non identiquement nulle sur $\mathbb{R}_+^*$.
Alors

- ☐ elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+$.
- ☐ elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+$.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ☐ elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+^*$.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+$, atteint en un unique point.
- ☐ elle admet un maximum strictement positif sur $\mathbb{R}_+$, atteint en un unique point.
- ☐ elle admet un maximum positif sur $\mathbb{R}_+^*$, atteint en un unique point.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 6 ♣ Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On considère l'assertion suivante

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \quad \left(a \neq b \Longrightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(a) \right). \tag{1}$$

- ☐ Si (1) est vraie alors f est affine.
- ☐ Si f est affine alors (1) est vraie.
- ☐ Si f est constante alors (1) est vraie.
- ☐ Si $f(x) = 2x + 3$ alors (1) est vraie.
- ☐ Si $f(x) = 2x^2 + 3$ alors (1) est vraie.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 7 Peut-on modifier l'égalité suivante pour qu'elle soit valable pour toute fonction f, définie sur $\mathbb{R}$: soit $a \in \mathbb{R}$: on dit que f est dérivable en a ssi

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \quad \left(a \neq b \Longrightarrow \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(a)\right)?$$

☐ oui. ☐ non.

Question 8 Un étudiant zélé tient le raisonnement suivant : "On considère f une fonction dérivable en a. D'après l'équation (2.11a) du cours, on a

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + (b-a)\varepsilon(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \eta(b)$$

où $\eta(b) = (b-a)\varepsilon(b)$ qui tend vers 0 si b tend vers a d'après l'équation (2.11b), du cours. Ainsi, on peut dire que f est dérivable en b ssi

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \eta(b), \tag{1a}$$

$$\text{avec } \lim_{b \to a} \eta(b) = 0, \tag{1b}$$

ce qui se substitue à l'équation (2.11) du cours." Ce raisonnement est correct.

☐ non. ☐ oui.

Chapitre 2, section 2.2

Question 9 Une fonction qui admet un développement limité à l'ordre 5 en un point x_0

☐ admet un développement limité à l'ordre 6 ☐ admet un développement limité à l'ordre 3

en ce point.

Question 10 La fonction $f : x \mapsto \sin(\tan x)$ admet à l'ordre 7, en zéro le développement limité suivant

☐

$$x + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^5 - \frac{55}{1008}x^7 + o\left(x^7\right). \tag{1}$$

☐

$$x + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^4 - \frac{55}{1008}x^7 + o\left(x^7\right). \tag{2}$$

☐

$$x + \frac{1}{6x^3} - \frac{1}{40}x^4 - \frac{55}{1008}x^7 + o\left(x^7\right). \tag{3}$$

Question 11 La fonction $f : x \mapsto \exp(\sin x)$ admet à l'ordre 3, en zéro le développement limité suivant

☐

$$1 + x + o(x) \tag{1}$$

☐

$$1 + \frac{1}{x}x + \frac{1}{2}x^2 + o\left(x^3\right) \tag{2}$$

☐

$$2 + x + \frac{1}{2}x^2 + o\left(x^3\right) \tag{3}$$

☐

$$1 + x + \frac{1}{2}x^2 + o\left(x^3\right) \tag{4}$$

Chapitre 2, section 2.4

Question 12 ♣ Une fonction de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ est différentiable si

☐

$$f(x_1+h_1,x_2+h_2,...,x_n+h_n)=f(x_1,x_2,...,x_n)+\underbrace{a_1h_1+a_2h_2+...+a_nh}_{\text{partie linéaire en }(h_1,h_2,...,h_n)} \\ +\underbrace{\sqrt{h_1^2+h_2^2+...+h_n^2}\,\eta\,(h_1,h_2,...,h_n)}_{\text{partie d'ordre supérieur}}, \quad (1)$$

où

$$\lim_{(h_1,h_2,...,h_n)\to 0}\eta\,(h_1,h_2,...,h_n)=0. \quad (2)$$

☐

$$\forall(x_1,...,x_n)\in\mathbb{R},\quad f(x_1+h_1,x_2+h_2,...,x_n+h_n)=f(x_1,x_2,...,x_n)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1,x_2,...,x_n)h_i \\ +\sqrt{h_1^2+h_2^2+...+h_n^2}\,\eta\,(h_1,h_2,...,h_n)\,, \quad (3)$$

avec (2).

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Chapitre 2, section 2.5

Question 13 Si f est dérivable en x, on a

$$\boxed{\Delta f=\left|f'(x)\right|\Delta x,} \quad (1)$$

Cette équation sera d'autant plus précise que Δx est "petit".

☐ C'est faux. ☐ C'est vrai.

Généralités

Question 14 ♣ On suppose que l'on a montré la double implication

$$\mathcal{A}\Longleftrightarrow\mathcal{B},$$

où $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont deux propriétés. Alors,

☐ la propriété $\mathcal{A}$ est une condition nécessaire à la propriété $\mathcal{B}$
☐ la propriété $\mathcal{B}$ est une condition suffisante à la propriété $\mathcal{A}$
☐ la propriété $\mathcal{B}$ est une condition nécessaire à la propriété $\mathcal{A}$
☐ la propriété $\mathcal{A}$ est une condition suffisante à la propriété $\mathcal{B}$
☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*