

Examen (dm) du 30 Janvier 2023Durée : $+\infty$ heure(s)**Documents autorisés :** OUI NON *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Écrans, Livres et Internet interdits***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 4 de $f(x) = \ln(\cos(x))$.**Exercice 2.**

- (1) Les femmes gagnent en moyenne moins que les hommes¹, plus précisément "un écart de 24 % persiste entre les deux sexes". Est-ce que cela implique que les hommes gagnent 24 % de plus ?
- (2) Dans quel cas, cette dernière affirmation est-elle à peu près vraie ?
- (3) Dans quel cas, cette dernière affirmation est-elle exactement vraie ?

Exercice 3.

Former le développement limité en 0 à l'ordre 7 de la fonction

$$x \mapsto x \mapsto \tan(x)$$

Exercice 4.

Former le développement limité en 0 à l'ordre 7 de la fonction

$$x \mapsto x \mapsto \sin(\tan(x))$$

Exercice 5.Former le développement asymptotique à la précision $\frac{1}{x^3}$ en $+\infty$ de

$$f(x) = x \ln(x+1) - (x+1) \ln x.$$

On montrera qu'il existe des constantes a, b, c, d et e telles que

$$f(x) = a \ln x + b + \frac{c}{x} + \frac{d}{x^2} + \frac{e}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$$

1. Voir <https://www.francetvinfo.fr/economie/disparites-salariales/pourquoi-les-femmes-gagnent-moins-que-les-hommes.html>

Exercice 6.

Calculer la fonction dérivée d'ordre n des fonctions f, g, h définies par :

$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = \sin^2 x, \quad h(x) = \sin^3 x + \cos^3 x.$$

Exercice 7.

Calculer la primitive suivante par changement de variable.

$$\int \frac{1}{x \ln x} dx$$

On fera appel à la section 3.2.4.3 du cours. On posera $u = \ln x$.

Exercice 8.

Calculer la primitive suivante par changement de variable.

$$\int \frac{1}{3 + \exp(-x)} dx$$

On fera appel à la section 3.2.4.3 du cours. On posera $u = \exp x$.

Exercice 9.

Calculer la primitive suivante par changement de variable.

$$\int \frac{1}{\sqrt{4x - x^2}} dx$$

On fera appel à la section 3.2.4.3 du cours. On posera $u = \frac{1}{2}x - 1$.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>