Corrigé de l'examen du 23 Septembre 2021

Correction de l'exercice 1.

- On suppose donc que
$$0 < l \leq L. \tag{1}$$
- Le volume d'un parallélépipéde est égal au produit de la surface de base (ici, rectangle de largeur $2l-2x$ et de longueur $2l-2x$) par sa hauteur x. On a donc ici
$$v(x) = 4x(L-x)(l-x). \tag{2}$$
où x décrit l'intervalle $[0, l]$.
- De l'expression (2), on déduit l'expression de la dérivée $v'(x)$:
$$\begin{aligned} v'(x) &= 4\left((x-L)(x-l)x + (x-l)x + (x-L)x\right), \\ &= 4\left(x^2-(l+L)x+lL+x^2-lx+x^2-Lx\right), \end{aligned}$$
et donc
$$v'(x) = 4\left(3x^2-2(l+L)x+lL\right). \tag{3}$$
- Ici, on cherche donc les racines de l'équation du second degré
$$3x^2-2(l+L)x+lL = 0. \tag{4}$$
Appliquons les formules du discriminant réduit : les racines de $ax^2+2b'x+c=0$ sont données par
$$\begin{aligned} \Delta' &= b'^2-ac, \\ x &= \frac{1}{a}\left(-b' \pm \sqrt{\Delta'}\right). \end{aligned}$$
On aurait pu aussi utiliser les formules habituelles équivalentes : les racines de $ax^2+bx+c=0$ sont données par
$$\begin{aligned} \Delta &= b^2-4ac, \\ x &= \frac{1}{2a}\left(-b \pm \sqrt{\Delta}\right). \end{aligned}$$
On a donc, en utilisant les formules du discriminant réduit,
$$\begin{aligned} \Delta' &= (l+L)^2-3lL, \\ &= l^2+2lL+L^2-3lL, \end{aligned}$$
et donc
$$\Delta = l^2+L^2-lL. \tag{5}$$
- Dans l'énoncé, on nous affirme que
$$l^2+L^2-lL > 0. \tag{6}$$
Vérifions-le. On a supposé (1), ce qui implique $lL \leq L^2$ et donc $-lL \geq -L^2$ et ainsi
$$l^2+L^2-lL \geq l^2+L^2-L^2 = l^2 > 0.$$

Ainsi, les deux racines distinctes de (4), sont données par

$$x_1 = \frac{1}{3}\left(l + L - \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right), \tag{7a}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}\left(l + L + \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right), \tag{7b}$$

avec (puisque $\Delta > 0$)

$$x_1 < x_2. \tag{8}$$

- Dans l'énoncé, on nous affirme que

$$0 < x_1 < l \leq x_2. \tag{9}$$

Vérifions-le.

— On a tout d'abord $x_1 > 0$, puisque c'est successivement équivalent à :

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\left(l + L - \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right) > 0 &\Longleftrightarrow l + L - \sqrt{l^2 + L^2 - lL} > 0,\\ &\Longleftrightarrow l + L > \sqrt{l^2 + L^2 - lL} > 0,\end{aligned}$$

et on peut élever au carré car tout est positif

$$\begin{aligned}&\Longleftrightarrow (l + L)^2 > l^2 + L^2 - lL,\\ &\Longleftrightarrow l^2 + 2lL + L^2 > l^2 + L^2 - lL,\\ &\Longleftrightarrow 3lL > 0,\end{aligned}$$

ce qui est vrai.

— On a tout ensuite $x_1 < l$, puisque c'est successivement équivalent à :

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\left(l + L - \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right) < l &\Longleftrightarrow l + L - \sqrt{l^2 + L^2 - lL} < 3l,\\ &\Longleftrightarrow l + L - 3l < \sqrt{l^2 + L^2 - lL},\\ &\Longleftrightarrow L - 2l < \sqrt{l^2 + L^2 - lL}.\end{aligned}$$

Si $L - 2l \leq 0$, c'est vrai, puisque $\sqrt{l^2 + L^2 - lL} > 0 \geq L - 2l$. Sinon, on a $L - 2l > 0$ et $L > 2l$ et, puique tout est positif, on peut élever au carré et on obtient successivement

$$\begin{aligned}(L - 2l)^2 < l^2 + L^2 - lL &\Longleftrightarrow L^2 - 4lL + 4l^2 < l^2 + L^2 - lL,\\ &\Longleftrightarrow -4lL + 4l^2 < l^2 - lL,\\ &\Longleftrightarrow 0 < -3l^2 + 3lL,\\ &\Longleftrightarrow 0 < 3l(L - l),\\ &\Longleftrightarrow 0 < l(L - l),\end{aligned}$$

ce qui est vrai car $l > 0$ et $L > l$, ce qui provient de $L > 2l > l$.

— On a tout ensuite $x_2 \geq l$, puisque c'est successivement équivalent à :

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\left(l + L + \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right) \geq l &\Longleftrightarrow l + L + \sqrt{l^2 + L^2 - lL} \geq 3l,\\ &\Longleftrightarrow \sqrt{l^2 + L^2 - lL} \geq 2l - L.\end{aligned}$$

Comme précédement, si $2l - L \leq 0$, c'est vrai. Sinon, on a $2l - L > 0$ et puique tout est positif, on peut élever au carré et on obtient successivement

$$\begin{aligned} l^2 + L^2 - lL \geq 4l^2 - 4lL + L^2 &\iff -3l^2 + 3lL \geq 0, \\ &\iff 3l(-l + L) \geq 0, \end{aligned}$$

ce qui est vrai grâce à (1).

•

x	0		x_1		l
signe de $v'(x)$		$+$	0	$-$	
$v(x)$	0	$\nearrow$	$v_{\max}$	$\searrow$	0

Table 1. Tableau de variation de v

D'après (9), il suffit donc d'étudier le signe de v' sur l'intervalle $[0, l]$ qui contient x_1, x_2 étant à l'extérieur de cet intervalle. On sait que v' donné par (3) est négatif entre les racines x_1 et x_2 et positif à l'extérieur. En particulier, v' est positif sur $[0, x_1]$ et négatif sur $[x_1, l]$.

On obtient donc le tableau de variation 1 pour le volume $v(x)$. On en déduit que ce volume est maximal pour x donné par x_1, c'est-à-dire par (7a). De (2), on déduit l'expression du volume maximal :

$$v_{\max} = \frac{4}{27}\left(L + l - \sqrt{\Delta}\right)\left(L - 2l\sqrt{\Delta}\right)\left(l - 2L\sqrt{\Delta}\right).$$

Correction de l'exercice 2.

Donnons les deux méthodes proposées.

(1) On utilise la formule habituelle du cours

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{1}{2}(x-a)^2 f''(a) + \frac{1}{6}(x-a)^3 f'''(a) + \frac{1}{24}(x-a)^4 f^{(4)}(a) + o\left((x-a)^4\right),$$

et donc, pour $a = \pi/4$

$$\begin{aligned} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) + \left(x - \frac{\pi}{4}\right) f'\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 f''\left(\frac{\pi}{4}\right) + \\ \frac{1}{6}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3 f'''\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{24}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^4 f^{(4)}\left(\frac{\pi}{4}\right) + o\left(\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^4\right). \end{aligned}$$

Puis, on écrit successivement

$$\begin{aligned}
f(a) &= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},\\
f'(a) &= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},\\
f''(a) &= -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2},\\
f'''(a) &= -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2},\\
f^{(4)}(a) &= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},
\end{aligned}$$

et donc, finalement :

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(x-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^2 - \frac{\sqrt{2}}{12}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^3 + \frac{\sqrt{2}}{48}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^4 + o\left(\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^4\right).$$

(2) On pose $x = \pi/4 + h$ où h tend vers zéro et on utilise la formule

$$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a,$$

présentée dans l'annexe H.1 du cours. On en déduit que, pour $x = \pi/4 + h$, on a

$$\begin{aligned}
f(x) &= f\left(h+\frac{\pi}{4}\right),\\
&= \sin h\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos h\sin\left(\frac{\pi}{4}\right),\\
&= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin h + \cos h\right).
\end{aligned}$$

Enfin, on utilise les développements limités (en zéro) de l'annexe H.1 du cours à l'ordre 4 :

$$\begin{aligned}
\sin h &= h - \frac{h^3}{6} + o\left(h^4\right),\\
\cos h &= 1 - \frac{h^2}{2} + \frac{h^4}{24} + o\left(h^4\right),
\end{aligned}$$

qui, réinjectés dans l'expression de $f(x)$, donnent

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(1 + h - \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{6} + \frac{h^4}{24}\right),$$

ce qui est naturellement identique à l'expression obtenue ci-dessous en remplaçant h par $x - \pi/4$.

Vérifions cela avec matlab. On obtient bien en tapant

```
syms x;
pretty(taylor(sin(x),pi/4,5));
```

$$\sin x = 1/2\,\sqrt{2} + 1/2\,\sqrt{2}\,(x - 1/4\,\pi) - 1/4\,\sqrt{2}\,(x-1/4\,\pi)^2 - 1/12\,\sqrt{2}\,(x-1/4\,\pi)^3 + 1/48\,\sqrt{2}\,(x-1/4\,\pi)^4 + o\left(\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^4\right).$$

Correction de l'exercice 3.

On cherche à calculer dans cet exercice, l'intégrale I définie par

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$$

Deux façons de faire sont possibles. La première est très longue et fastidieuse, la seconde, beaucpoup plus rapide, mais nécessite de passer par la trigonométrie hyperbolique.

(1) On procède en plusieurs étapes :

(a) Remarquons que par parité

$$I = 2\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}. \tag{10}$$

Si fait le changement de variable

$$x = \tan(t),$$

on a

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\tan t) = \frac{1}{\cos^2 t}$$

et donc, il vient

$$dx = \frac{dt}{\cos^2 t}.$$

On a aussi

$$\tan^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2(t)}.$$

Enfin, $x = 0$ correspond à $t = 0$ et $x = 1$ correspond à $t = \pi/4$. Bref, il vient [1]

$$\begin{aligned} I &= 2\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}, \\ &= 2\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos^2 t\sqrt{\tan^2 t+1}}, \\ &= 2\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 t}\left|\cos(t)\right| dt. \end{aligned}$$

Sur $[0, \pi/4]$, la fonction cos est positive et donc

$$I = 2\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos t}.$$

(b) La méthode générale de la section F.2.2.1 du cours suggère de faire le changement de variable

$$u = \tan\left(\frac{t}{2}\right). \tag{11}$$

Mais, ici, les règles simplificatrices de Bioche de la section F.2.2.2 nous invitent à faire le changement de variable

$$u = \sin t \tag{12}$$

puisque

$$\cos(\pi - t) = -\cos(-t) = -\cos t.$$

Grâce à (12), on a

$$u'(t) = \frac{du}{dt} = \cos t$$

et donc

$$du = \cos t dt.$$

1. Puisque $\sqrt{a^2} = |a|$, pour tout réel !

Pour $t=0$, on a $u=0$ et pour $t=\pi/4$, $u=\sqrt{2}/2$. Il vient donc

$$\begin{aligned}
I &= 2\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos t},\\
&= 2\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{\cos t}\frac{1}{\cos t},\\
&= 2\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{\cos^2 t},\\
&= 2\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{1-\sin^2 t},
\end{aligned}$$

et donc

$$I = -2\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{u^2-1}.$$

Remarque 1. Le lecteur averti remarquera que la fonction $u \mapsto u^2-1$ ne s'annulle pas sur $[0,\sqrt{2}/2]$ et donc que la fonction à intégrer est bien continue !

(c) On utilise maintenant la section F.1 du cours qui suggère de décomposer $1/(u^2-1)$ en éléments simples : on montre donc aisément

$$\frac{1}{u^2-1} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{u+1}-\frac{1}{u-1}\right).$$

Les primitives des fonctions $u \mapsto 1/(u-1)$ et $u \mapsto 1/(u+1)$ sont [2] $u \mapsto \ln|u-1|$ et $u \mapsto \ln|u+1|$ et donc

$$\begin{aligned}
I &= -\int_0^{\sqrt{2}/2}\left(\frac{1}{u+1}-\frac{1}{u-1}\right)du,\\
&= -\left[\ln|u+1| - \ln|u+1|\right]_{u=0}^{u=\sqrt{2}/2},\\
&= -\left[\ln\left|\frac{u+1}{1-u}\right|\right]_{u=0}^{u=\sqrt{2}/2},
\end{aligned}$$

et donc

$$I = \ln\left(\frac{\sqrt{2}/2+1}{-\sqrt{2}/2+1}\right).$$

On peut simplifier l'argument du logaritme de façon classique :

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{2}/2+1}{-\sqrt{2}/2+1} &= \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}},\\
&= \frac{(2+\sqrt{2})^2}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})},\\
&= \frac{6+4\sqrt{2}}{4-2},\\
&= 3+2\sqrt{2},\\
&= \left(\sqrt{2}+1\right)^2,
\end{aligned}$$

2. sur des intervalles où $u-1$ et $u+1$ sont de signe constant, ce qui est le cas ici.

et donc

$$I = \ln\left(\left(\sqrt{2}+1\right)^2\right),$$

et finalement

$$I = -2\ \ln\left(\sqrt{2}-1\right),$$

dont on vérifie que cela vaut bien

$$I = 2\ln\left(\sqrt{2}+1\right),$$

puisque l'on a

$$\begin{aligned} 2\ln\left(\sqrt{2}+1\right) + 2\ln\left(\sqrt{2}-1\right) &= 2\ln\left(\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\right), \\ &= 2\ln(2-1), \\ &= 0. \end{aligned}$$

(2) Beaucoup plus rapidement, On reprend (10), dans la quelle on fait le changement de variable :

$$x = \sinh(t) = \frac{1}{2}\left(e^t - e^{-t}\right),$$

on a donc

$$dx = (\sinh(t))' dt = \cosh(t) dt.$$

Si $x = 0$, on a $t = 0$ puisque $\sinh(0) = 0$. Cherchons à résoudre

$$1 = \sinh(t), \tag{13}$$

dont on sait que la solution est unique puisque sinh définit une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Pour cela, on peut utiliser la fonction réciproque de sinh, connue, ou la retrouver. (13) est successivement équivalente à

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\left(e^t - e^{-t}\right) = 1 &\Longleftrightarrow e^t - e^{-t} = 2, \\ &\Longleftrightarrow e^{2t} - 1 = 2e^t, \\ &\Longleftrightarrow X^2 - 2X - 1 = 0, \end{aligned}$$

où $X = e^t$. On sait que $X \geq 1$ car $t \geq 0$. On résoud cette équation du second degré de discriminant réduit $\Delta' = 1 - \times(-1) = 1 + 1 = 2$ et donc

$$X = 1 \pm \sqrt{2},$$

dont la seule racine plus grande que 1 est

$$X = 1 + \sqrt{2}$$

et on a enfin

$$t = \ln(X) = \ln\left(1 + \sqrt{2}\right).$$

On a donc successivement

$$\begin{aligned}
I &= 2\int_{t=0}^{t=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)} \frac{\cosh(t)dt}{\sqrt{1+\sinh(t)^2}},\\
&= 2\int_{t=0}^{t=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)} \frac{\cosh(t)dt}{\sqrt{\cosh(t)^2}},\\
&= 2\int_{t=0}^{t=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)} \frac{\cosh(t)dt}{|\cosh(t)|},\\
&= 2\int_{t=0}^{t=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)} dt,\\
&= 2\ln\left(1+\sqrt{2}\right).
\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 4.
On obtient les résultats suivants

(1) Le système admet une solution unique donnée par

$$x = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}.$$

(2) Le système admet une solution unique donnée par

$$x = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}.$$

Correction de l'exercice 5.
On pourra consulter l'exercice 1 de `http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/L2biomeca/CTL2biomecaA14.pdf` et `http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/L2biomeca/CTcorL2biomecaA14.pdf`, donné en examen de STAPS.

(1) (a) Les mouvements rectilignes uniformément accélérés d'accélération constante a_0 ont été étudié lors de l'exercice de TD 2.6 (ou voir le chapitre 6 du cours), auquel on renvoie. Puisque la vitesse initiale est nulle et que l'on peut considérer l'abscisse initiale nulle, on a donc les lois horaires suivantes :

$$a(t) = a_0, \tag{14a}$$

$$v(t) = a_0 t, \tag{14b}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 \tag{14c}$$

(b) En particuliers, si on cherche l'instant t tel que la distance soit égale à l, l'équation (14c) fournit

$$x = l = \frac{1}{2}a_0 t^2$$

ce qui donne

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_0}}, \tag{15a}$$

et l'équation (14b) implique donc

$$v_0 = \sqrt{2la_0}. \tag{15b}$$

(c) À cet instant, le vecteur vitesse est horizontal, dirigé vers la droite, d'origine le centre de gravité de l'athlète et de norme v_0 donné par (15b), soit numériquement

$$v_0 = 1.3994. \tag{16}$$

(2) (a) Le début de la chute libre correspond à la fin de la phase d'accélération horizontale et donc d'après les résultat de la question 1c, au début de la chute libre la vitesse $\vec{v}_0$ du centre de gravité du gymnaste fait un angle $\alpha = 0$ avec l'horizontale et sa norme est donnée par (16)

(b) On peut donc alors utiliser toutes les équations de la chute libre du document de cours (chapitre 6) avec la valeur de l'angle $\alpha = 0$. Les équations (6.3) page 34 du cours s'écrivent alors (puisque $\cos\alpha = 1$ et $\sin\alpha = 0$)

$$\begin{aligned}
a_x(t) &= 0,\\
a_y(t) &= -g,\\
v_x(t) &= v_0,\\
v_y(t) &= -gt,\\
x(t) &= v_0,\\
y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2
\end{aligned}$$

En particulier

$$x(t) = v_0 t, \tag{17a}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2. \tag{17b}$$

Ne pas s'étonner de $y < 0$ puisque le repère est orienté vers le haut ! On a aussi

$$v_x(t) = v_0, \tag{18a}$$

$$v_y(t) = -gt. \tag{18b}$$

(c) D'après (17b), on en déduit que le centre de gravité du sportif touche l'eau à l'instant t_1 qui vérifie (attention au signe car le répère est orienté vers le haut).

$$-\mu = -\frac{1}{2}gt_1^2,$$

ce qui donne

$$t_1 = \sqrt{2\frac{\mu}{g}} = 1.501. \tag{19}$$

(d) La distance horizontale entre le centre de gravité du sportif au début de la chute de la chute libre et son point d'impact à la surface de l'eau est donnée par (19) où $t = t_1$ donné par (19) et v_0 donné par (15b), soit

$$x_1 = 2\sqrt{\frac{la_0\mu}{g}} = 2.100. \tag{20}$$

(3) À l'instant t_1, on a

$$v_x(t_1) = v_0, \tag{21a}$$

$$v_y(t_1) = -gt_1. \tag{21b}$$

Numériquement, on a donc

$$v_x(t_1) = 1.399, \tag{22a}$$

$$v_y(t_1) = -14.722 \tag{22b}$$

La norme de la vitesse est donc donnée par

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 14.788$$

et l'angle β entre a vitesse du gymnaste et l'horizontale est donné par

$$\beta = -\arctan\left(\frac{gt_1}{v_0}\right) = -84.570°. \tag{23}$$

(4) (a) La vitesse angulaire ω du sportif est constante et égale à la vitesse angulaire initiale. On sait que

$$\omega = \omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

où $\Delta\theta = \gamma$ est l'angle qui correspond à la rotation du corps du gymnaste entre le début et la fin du mouvement et $\Delta t = t_1$ est la durée de la chute libre. On a donc

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{t_1}, \tag{24}$$

où t_1 est donné par (19) et γ est donné par l'équation

$$\gamma = (90 - \beta) + 2 \times 360°. \tag{25}$$

Après conversion en radian, il vient donc

$$\omega_0 = \frac{\pi(90 - \beta)/180 + 2\pi \times 2}{\sqrt{2\frac{\mu}{g}}}, \tag{26}$$

soit numériquement

$$\omega_0 = 10.404, \tag{27}$$

ce qui correspond à une vitesse angulaire de

$$\omega_0 = 1.656 \text{ tour s}^{-1}. \tag{28}$$

(b) Le corps du gymnaste a tourné entre le début du mouvement et l'instant t_1 d'un angle donné par l'équation (19). Puisque les angles sont défini à 360° près et que l'angle initial du sportif avec l'horizontale est égal à 90°, cela signifie qu'il rentre dans l'eau avec un angle de $\beta°$ (après avoir tourné sur lui même de 2.485 tours) avec l'horizontale, qui est aussi l'angle entre la vitesse de son centre de gravité avec l'horizontale.

L'intérêt de cela est que, le corps du sportif, rigide et tendu, rentre dans l'eau avec une direction parallèle à la vitesse d'impact, ce qui minimise les chocs avec l'eau (voir figure 1). Par exemple, s'il rentre dans l'eau avec un angle nul par rapport à l'horizontal, le « plat » est assuré, avec le risque de salir le bassin !

Remarque 2. Ce sujet a été préparé pour tenter de donner une description mécaniquement correcte de la chute libre lors d'un plongeon, mais, à vrai dire, sans connaissance réelle de cette pratique ! L'enjeu est tout de même d'arriver avec une direction parallèle à la vitesse d'impact, qui, pour des hauteurs plus élevées est proche de 90°, autrement dit verticale. Il semblerait, en regardant des vidéos de plongeons sur `www.youtube.com`, que les sportifs partent, certes avec une vitesse ω_0 non nulle, mais qu'ils restent en position groupée lors d'une grand partie du mouvement, pour adopter au dernier moment, une position tendue, lors de l'impact dans l'eau. L'hypothèse d'une inertie I constante (qui implique une vitesse de rotation ω_0 constante) serait donc à revoir !

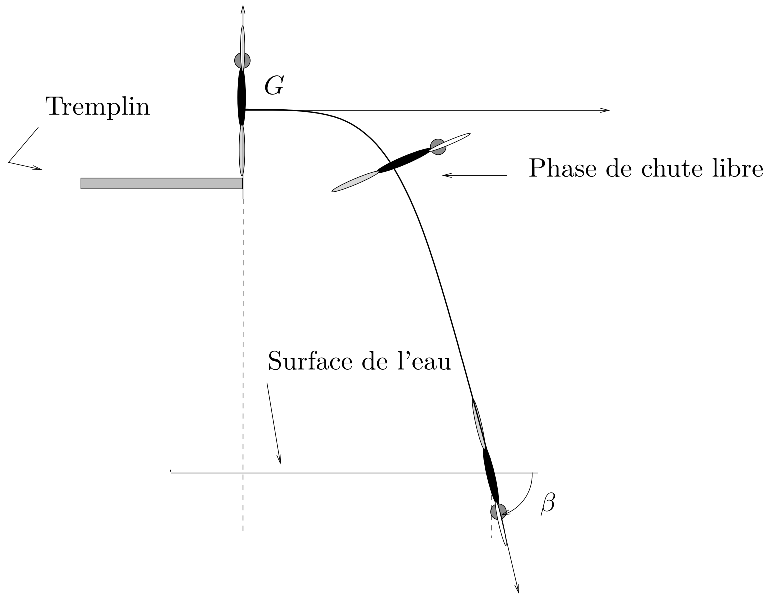

Figure 1. Entrée dans l'eau avec direction une vitesse parallèle à la vitesse d'impact.