Matériaux 3A MFImater Automne 2020

Examen initial du 10 Septembre 2020

Durée : 1 heure(s)

Documents autorisés : OUI ☒ NON ☐
TOUT ! Livres et Internet interdits

Calculatrice autorisée : OUI ☒ NON ☐
Tout type

Pour les étudiants qui composent à distance, merci de jouer le jeu et de respecter les documents interdits et éventuellement autorisés. En fin d'examen, merci de m'envoyer à l'adresse suivante : `jerome.bastien@univ-lyon1.fr` *en pièces jointes* non zipées, *soit des photos nettes de vos pages manuscrites et numérotées, soit le cas échéant, un pdf produit à partir d'OpenOffice, de LaTeX ou autre. Nommez si possible vos fichiers "NOM prénom", éventuellement numérotés !*

Tapez s'il-vous-plait dans l'objet du mail :
Examen initial du 10 Septembre 2020 Matériaux 3A MFImater NOM prénom

Exercice 1.

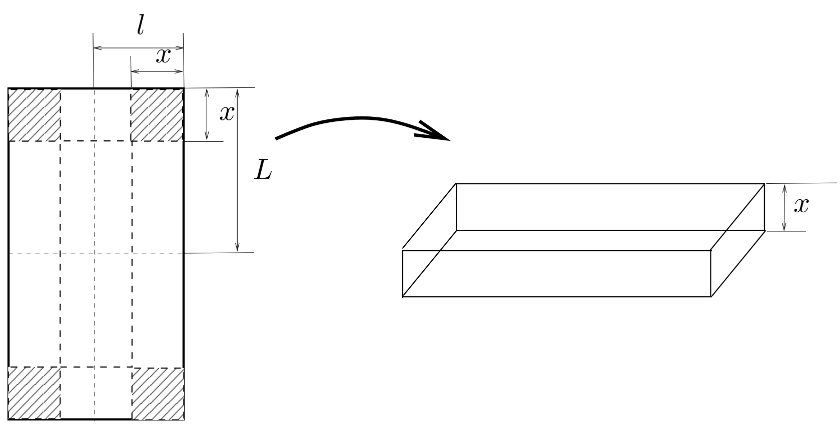

FIGURE 1. La boite et son patron.

On construit une boite en carton parallélépipédique (sans couvercle) à partir d'une surface rectangulaire de largeur $2l$ et de longueur $2L$, comme le montre la figure 1

On suppose donc que $0 < l \leq L$.
On admettra que $l^2 + L^2 - lL > 0$ et en posant

$$x_1 = \frac{1}{3}\left(L + l - \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right),$$
$$x_2 = \frac{1}{3}\left(L + l + \sqrt{l^2 + L^2 - lL}\right),$$

on admettra que

$$0 < x_1 < l \leq x_2.$$

Déterminer le coté x des quatre petits morceaux découpés pour que le volume de la boite construite soit maximal.

Exercice 2.

(1) Écrire le développements limités des fonctions sin et cos aux ordres respectifs 3 et 2 en 0.
(2) En déduire les approximations de $\sin\left(10^{-3}\right)$ et de $\cos\left(10^{-3}\right)$.
(3) Confirmez cela avec votre calculatrice.

Exercice 3.
Exercice issu des TD
On cherche à calculer dans cet exercice, l'intégrale I définie par

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

(1) En faisant le changement de variable $x = \tan(t)$, montrer que
$$I = 2\int_0^{\pi/4} \frac{dt}{\cos t}.$$
(2) En faisant maintenant le changement de variable $u = \sin(t)$, montrer que
$$I = -2\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{u^2-1}.$$
(3) Enfin, en montrant que
$$\frac{1}{u^2-1} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{u+1} - \frac{1}{u-1}\right),$$
conclure quant à la valeur de I.