



QCM (maison) pour le 16 novembre 2022

Important :

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécessaire .

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

HAUNIME Anne

section A.1 (annexes du corrigé de TD)

Question 1 On connaît les valeurs d'une fonction f aux points $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ et $x_3 = 3$ données par

$$f(x_0) = 3, \quad f(x_1) = 7, \quad f(x_2) = 23, \quad f(x_3) = 57.$$

Π_3 , le polynôme d'interpolation de f sur le support $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$, est égal à

$x^3 + 3x^2 + 3$	0
$3x^3 + 9x^2 + 3$	x^6

Question 2 On connaît les valeurs d'une fonction f aux points $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$ et $x_3 = 3$ données par

$$f(x_0) = 0, \quad f(x_1) = 0.8414710, \quad f(x_2) = 0.9092974, \quad f(x_3) = 0.1411200.$$

Π_3 , le polynôme d'interpolation de f sur le support $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$, est égal à

$\Pi_3(x) = -0.0103932x^3 - 0.3556426x^2 + 1.2075068x$
$\Pi_3(x) = -0.0103932x^3 - 0.3556426x^2 + 1.2075068x + 3$
$\Pi_3(x) = -0.0103932x^3 - 0.3556426x^2 + 1.2075068x + 6$
$\Pi_3(x) = -0.0103932x^3 + 7$

Question 3 ♣ On connaît les valeurs d'une fonction f aux points $x_0 = 1, x_1 = 2$ et $x_2 = 3$ données par

$$f(x_0) = 5, \quad f(x_1) = 16, \quad f(x_2) = 31.$$

Π_2 , le polynôme d'interpolation de f sur le support $\{x_0, x_1, x_2\}$, est égal à

$2x^2 + 5x - 2$	$2x^2 + 17x + 13$
$(x - 1)(2x + 7) + 5$	$2x^2 + 10x + 3$
$2x^2 + 21x + 18$	<i>Aucune de ces réponses n'est correcte.</i>

Question 4 Parmi les figures 1 de la page 3, celle qui représente les polynômes de Lagrange relatifs au support défini par les points :

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 3,$$

est la figure :

1(a)	1(b)	1(c)	1(d)	1(e)
------	------	------	------	------

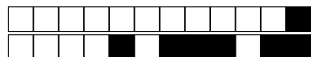
Question 5

On connaît les valeurs d'une fonction f aux points $(x_i)_{0 \leq i \leq 3}$ données par

$x_0 = 0,$	$x_1 = 1,$	$x_2 = 2,$	$x_3 = 3,$
$y_0 = 2,$	$y_1 = 5,$	$y_2 = 3,$	$y_3 = 8,$

Sur la figure 2 de la page 4, le polynôme interpolateur Π_3 de f sur le support $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ est représenté en trait

continu	tiret-point (-.)	tiret-tiret (--)
---------	------------------	------------------



Question 6 Soit $n \in \mathbb{N}$. Le polynôme d'interpolation Π_n relatif au support $\{x_0, \dots, x_n\}$ est de degré exactement n supérieur ou égal à n
 inférieur ou égal à n 3

Question 7 Soient $x_0 = A < x_1 < \dots < x_N = B$ des points qui divisent $I = [A, B]$. On note $I_j = [x_{j-1}, x_j]$ les sous-intervalles de longueur h_j et $h = \max_{1 \leq j \leq N} h_j$. Sur chaque sous-intervalle I_j , on interpole $f|_{I_j}$ par un polynôme de degré n avec des points équirépartis. Le polynôme par morceaux est noté $\Pi_n^h f(x)$. Un majorant de l'erreur commise dans l'interpolation par morceaux est donné par

$$\frac{1}{4(n+1)n^{n+1}} \max_{x \in [A, B]} |f^{(n+1)}(x)| h^{n+1} \quad \frac{(B-A)^{n+1}}{4(n+1)n^{n+1}} \max_{x \in [A, B]} |f^{(n+1)}(x)| \frac{1}{N^{n+1}}$$

$$\frac{1}{8(n+1)n^{n+1}} \max_{x \in [A, B]} |f^{(n+3)}(x)| h^{n+1}$$

section A.2 (annexes du corrigé de TD)

Question 8 La méthode d'intégration élémentaire de Simpson sur l'intervalle $[a, b]$ est donnée par

$$\frac{1}{6}(b-a)(f(a) + 4f((a+b)/2) + f(b)) \quad \frac{1}{6}(b-a)(f(a) + 5f((a+b)/2) + f(b))$$

$$\frac{1}{16}(b-a)(f(a) + 4f((a+b)/2) + f(b))$$

Question 9 ♣ La méthode d'intégration composite des trapèzes sur l'intervalle $[A, B]$, avec N sous-intervalles est donnée par

$$\frac{h}{2}(f(A) + f(B)) + h \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \quad h(f(A) + f(B)) + \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)$$

$$\frac{h}{2} \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i) + f(x_{i+1}) \quad \frac{h}{2}(f(A) + f(B)) + \frac{h}{2} \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)$$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 10 ♣ L'approximation I_4^T de l'intégrale $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ en appliquant la méthode du trapèze composite avec 4 sous-intervalles vaut

$$1/8 + 1/8 e^{-1} + 1/4 e^{-1/16} + 1/4 e^{-1/4} + 1/4 e^{-9/16} \quad 2.228952$$

$$0.742984 \quad \text{Aucune de ces réponses n'est correcte.}$$

$$1/4 + 1/4 e^{-1} + 1/2 e^{-1/16} + 1/2 e^{-1/4} + 1/2 e^{-9/16}$$

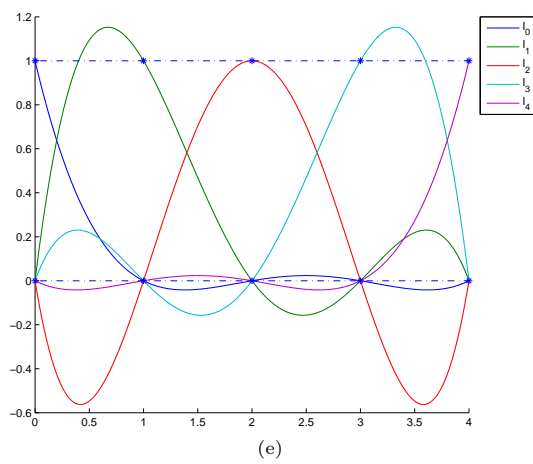
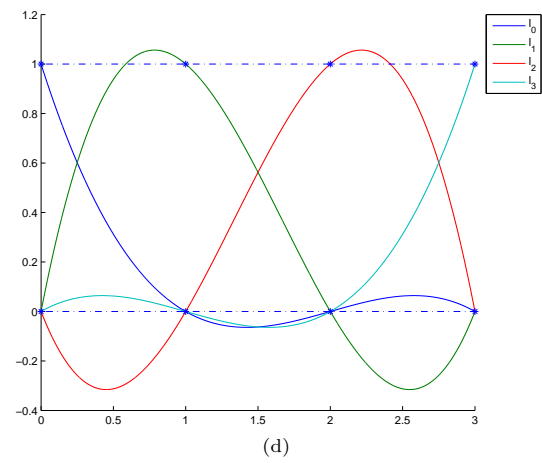
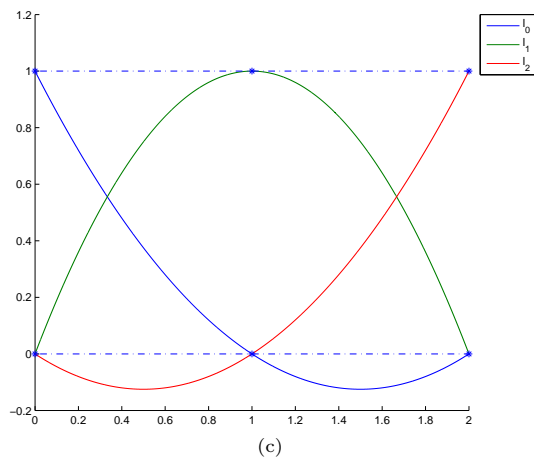
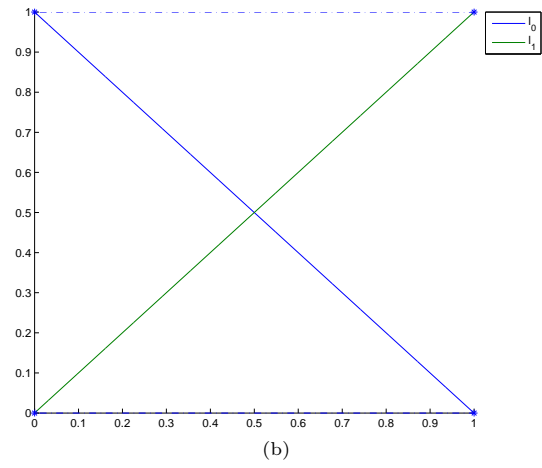
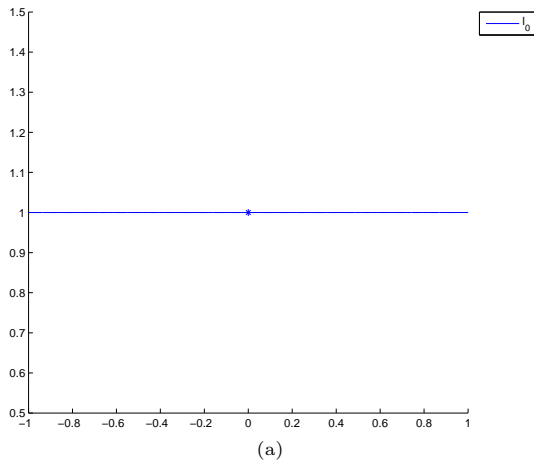


FIGURE 1 – Quelques tracés de polynômes de Lagrange l_i (question 4).

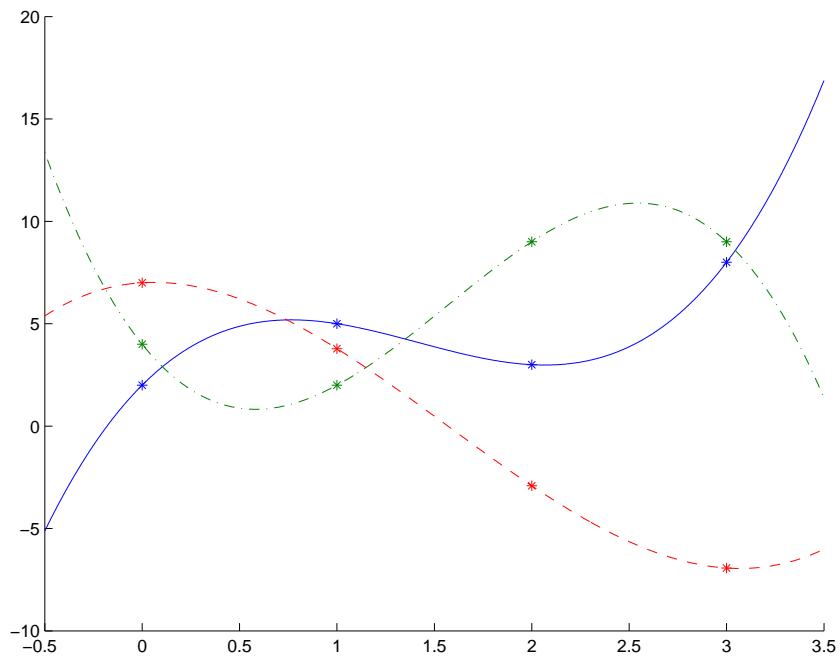


FIGURE 2 – Plusieurs polynômes interpolateurs Π_3 (question 5).