POLYTECH LYON — Université Claude Bernard Lyon 1

Mécanique 3A MNB — Automne 2022

QCM (maison) pour le 30 novembre 2022

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire .

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

section A.3 (annexes du corrigé de TD)

Question 1 ♣ Une condition suffisante d'existence d'une racine d'une fonction f sur l'intervalle $[a, b]$ est

- ■ $f(a)f(b) \leq 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- ■ $f(a)f(b) < 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- ☐ $f(a)f(b) \leq 0$
- ☐ f est continue sur $[a, b]$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication **:** Voir le lemme A.12 (annexes du corrigé de TD).

Question 2 Soit une fontion f, non nécessairement continue sur $[a, b]$ vérifiant $f(a)f(b) < 0$. On met en place une méthode de dichotomie sur f. Il est possible que cette méthode converge vers un zéro de f.

■ oui ☐ non

Explication **:** Si on choisit la fonction signe, valant 1 sur $\mathbb{R}_+^*$, -1 sur $\mathbb{R}_-^*$ et 0 en zéro et qu'on choisit un intervalle symétrique autour de zéro, l'unique zéro de f sur $\mathbb{R}$, égal à 0, sera atteint directement. Pour plus de détails, voir [DB22, l'algorithme 4.1]. Attention, la ligne suivante a été rajoutée par rapport à la version présente sur internet, à la deuxième ligne de l'algorithme :

$$x \longleftarrow (a+b)/2$$

et le test d'arrêt

$$b - a > \varepsilon \text{ et } f(a)f(b) \neq 0$$

a été remplacé par

$$b - a > \varepsilon \text{ et } f(x) \neq 0$$

Voir aussi [DB22, l'annexe intitulée "Dichotomie discontinue"].

Question 3 Une racine d'une fonction peut toujours être considérée comme le point fixe d'une autre.

■ oui ☐ non

Explication **:** Si r est une racine de la fonction f, c'est aussi le point fixe de la fonction g définie par $g(x) = x + f(x)$.

Question 4 ♣ Une condition suffisante pour que la méthode du point fixe appliquée à une fonction g, définie sur $I = [a, b]$, soit convergente est

- ☐ g est définie sur I et I est g-stable
- ☐ g est de classe $\mathcal{C}^1$ et il existe un réel k de $[0, 1[$ tel que $\forall x \in I, \quad |g'(x)| \leq k$
- ■ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication **:** Voir la proposition A.19 (annexes du corrigé de TD). Il suffit que soient réunies les deux conditions citées.

Question 5 L'assertion "La méthode du point fixe appliquée à une fonction g de point fixe r est divergente si $|g'(r)| > 1$" est

☐ vraie ☒ fausse

Explication : La condition $|g'(r)| >$ ne suffit pas à assurer la divergence. Voir les propositions A.16 (annexes du corrigé de TD) et A.17 (annexes du corrigé de TD).

Question 6 ♣ Avec la méthode du point fixe (sous les hypothèses de la proposition A.19 (annexes du corrigé de TD)), si on cherche le point fixe r avec une erreur absolue ε (précision recherchée), il faut effectuer n itérations telles que

☒ $n = \left\lceil \frac{\ln(\varepsilon/(b-a))}{\ln k} \right\rceil$ ☐ $n = \left\lceil \frac{\ln((b-a)/\varepsilon)}{\ln k} \right\rceil$ ☒ $n = \left\lceil \frac{\ln((b-a)/\varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{k}\right)} \right\rceil$

☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

où $\lceil . \rceil$ est défini par (A.27) (annexes du corrigé de TD).
Explication : Voir la proposition A.21 (annexes du corrigé de TD). Ne pas oublier que $\ln(1/x) = -\ln(x)$.

Question 7 Une méthode de point de fixe $x_{n+1} = g(x_n)$ est exactement linéaire (au voisinage de r) si

☐ $g(r) = r,\ g'(r) \neq 0$ ☒ $g(r) = r,\ |g'(r)| \in]0, 1[$

Explication : Voir la proposition A.25 (annexes du corrigé de TD).

Question 8 Une méthode de point de fixe $x_{n+1} = g(x_n)$ est exactement cubique (au voisinage de r) si

☒ $g(r) = r,\ g'(r) = 0,\ g''(r) = 0,\ g'''(r) \neq 0$ ☐ $g(r) = r,\ g'(r) = 0,\ g''(r) = 0$ et $g'''(r) = 0$

Explication : Voir la proposition A.27 (annexes du corrigé de TD).

Question 9 La méthode de Newton appliquée à la fonction f est exactement quadratique (au voisinage de r) si

☒ $f(r) = 0,\ f'(r) \neq 0,\ f''(r) \neq 0$ ☐ $f(r) = 0,\ f'(r) = 0,\ f''(r) \neq 0$

Explication : Voir la proposition A.30 (annexes du corrigé de TD).

Question 10 La méthode de Newton appliquée à la fonction f est exactement linéaire (au voisinage de r) si

☒ $f(r) = 0,\ f'(r) = 0$ ☐ $f(r) = 0,\ f'(r) \neq 0$

Explication : Voir la proposition J.1 (annexes du corrigé de TD) de l'annexe J (annexes du corrigé de TD).

Références

[DB22] N. Débit et J. Bastien. *Méthodes numériques de base.* Notes de cours de l'UV MNB (Département Matériaux) de Polytech Lyon, disponible sur le web : `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`. 2022. 288 pages.