

**Examen de TD du 14 Janvier 2014**

Durée : 1 heure(s)

Documents autorisés : OUI  NON

Calculatrice autorisée : OUI  NON

**Exercice 1.**

On se donne  $n = 4$  points d'abscisses respectives  $\{x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3\}$  et d'ordonnées respectives  $\{y_0 = 3, y_1 = 5, y_2 = 7, y_3 = 9\}$ .

- (1) Déterminer le polynôme  $P$  passant par les points  $(x_i, y_i)_{0 \leq i \leq 3}$ .
- (2) Que se passe-t-il si on rajoute le point  $(x_2, y_2)$  ?
- (3) Que se passe-t-il si on rajoute le point  $(x_3, y_3)$  (en plus du point déjà rajouté) ?
- (4) Expliquer ceci, avec un minimum de calcul !
- (5) *Question facultative*
  - (a) Au vu des résultats précédents, montrer, *sans calculs*, que  $f[x_0, x_3, x_2]$  est nul.
  - (b) Plus généralement, montrer sans calcul, que si  $I$  est un sous ensemble de  $\{0, 1, 2, 3\}$  de cardinal  $q$  supérieur ou égal à 3, alors, en notant  $I = \{i_1, \dots, i_q\}$ , la différence divisée  $f[x_{i_1}, \dots, x_{i_q}]$  est nulle.

**Exercice 2.**

*On pourra utiliser les résultats rappelés page 2.*

- (1) Quelle est la forme de la formule d'intégration (élémentaire) de Simpson sur l'intervalle  $[a, b]$  ?
- (2) Cette formule est-elle est une formule de quadrature ?
- (3) Quel est son degré (d'exactitude) ?
- (4) Comment feriez-vous pour calculer ce degré ?
- (5) Vu le nombre de point utilisé, ce degré est-il logique ?

## Erreurs des méthodes d'intégration

Méthodes élémentaires sur  $[a, b]$ 

méthode	erreur	nombre de points
rectangle	$\frac{(b-a)^2}{2} f'(\eta)$	1
milieu	$\frac{(b-a)^3}{24} f''(\eta)$	1
trapèze	$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$	2
Simpson	$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta)$	3

Dans tous les cas,  $\eta$  appartient à  $]a, b[$ .Méthodes composites (composées) sur  $[A, B]$  avec un pas  $h = (B - A)/N$ .

méthode	erreur
rectangle	$h \frac{B-A}{2} f'(\eta)$
milieu	$h^2 \frac{B-A}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-h^2 \frac{B-A}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-h^4 \frac{B-A}{2880} f^{(4)}(\eta)$

Dans tous les cas,  $\eta$  appartient à  $[A, B]$ .**Corrigé**Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>