

<b>Examen de TD du 12 Décembre 2017</b>
---

Durée : 1 heure(s)

**Documents autorisés :** OUI  NON

*Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits*

**Calculatrice autorisée :** OUI  NON

*Tout type*

**Exercice 1.**

On connaît les valeurs d'une fonction  $g$  aux points  $x_0 = 1/2$ ,  $x_1 = 3/2$  et  $x_2 = 5/2$  :

$$g(x_0) = 0, \quad g(x_1) = 2, \quad g(x_2) = 1.$$

- (1) Construire le polynôme de degré au plus 2 (noté  $\Pi_2 g$ ), interpolant la fonction  $g$  aux nœuds  $x_0$ ,  $x_1$  et  $x_2$ .
- (2) Pour  $\alpha = 1/4$ , donner une valeur approchée de  $g(\alpha)$ .

**Exercice 2.**

On connaît la valeur d'une fonction  $g$  au point  $x_0 = 3$  :

$$g(x_0) = -2.$$

Construire le polynôme de degré au plus 0 (noté  $\Pi_0 g$ ), interpolant la fonction  $g$  au nœud  $x_0$ .

**Exercice 3.**

- (1) Déterminer une approximation de

$$I = \int_0^\pi \sin(t) dt.$$

en utilisant la méthode des trapèzes composite avec 5 sous-intervalles.

- (2) Majorer l'erreur commise. On pourra utiliser les formules données rappelées page 2.
- (3) Déterminer une approximation de

$$I = \int_0^\pi (t + 2) dt.$$

avec la méthode du point milieu composite de telle sorte que l'erreur commise soit plus petite que  $2.220 \cdot 10^{-16}$ .

**Corrigé**

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

*Erreurs des méthodes d'intégration*

Méthodes élémentaires sur  $[a, b]$ . Dans le tableau qui suit,  $\eta$  appartient à  $]a, b[$ .

méthode	erreur
rectangle	$\frac{(b-a)^2}{2} f'(\eta)$
milieu	$\frac{(b-a)^3}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta)$

Méthodes composites (composées) sur  $[A, B]$  avec un pas  $h = (B - A)/N$ . Dans le tableau qui suit,  $\eta$  appartient à  $[A, B]$ .

méthode	erreur
rectangle	$h \frac{B-A}{2} f'(\eta)$
milieu	$h^2 \frac{B-A}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-h^2 \frac{B-A}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-h^4 \frac{B-A}{2880} f^{(4)}(\eta)$