

Examen de TD du 12 Décembre 2017

Durée : 1 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**On connaît les valeurs d'une fonction g aux points $x_0 = -1/2$, $x_1 = 1/2$ et $x_2 = 3/2$:

$$g(x_0) = 1, \quad g(x_1) = -2, \quad g(x_2) = 1.$$

- (1) Construire le polynôme de degré au plus 2 (noté $\Pi_2 g$), interpolant la fonction g aux nœuds x_0 , x_1 et x_2 .
- (2) Pour $\alpha = 3/4$, donner une valeur approchée de $g(\alpha)$.

Exercice 2.On connaît la valeur d'une fonction g au point $x_0 = 1$:

$$g(x_0) = -3.$$

Construire le polynôme de degré au plus 0 (noté $\Pi_0 g$), interpolant la fonction g au nœud x_0 .**Exercice 3.**

- (1) Déterminer une approximation de

$$I = \int_0^{1/4\pi} \cos(1/2 t) dt.$$

en utilisant la méthode du point milieu composite avec 6 sous-intervalles.

- (2) Majorer l'erreur commise. On pourra utiliser les formules données rappelées page 2.
- (3) Déterminer une approximation de

$$I = \int_0^{1/4\pi} (2t^3 + t^2 + t) dt.$$

avec la méthode de Simpson composite de telle sorte que l'erreur commise soit plus petite que $2.220 \cdot 10^{-16}$.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>

Erreurs des méthodes d'intégration

Méthodes élémentaires sur $[a, b]$. Dans le tableau qui suit, η appartient à $]a, b[$.

méthode	erreur
rectangle	$\frac{(b-a)^2}{2} f'(\eta)$
milieu	$\frac{(b-a)^3}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta)$

Méthodes composites (composées) sur $[A, B]$ avec un pas $h = (B - A)/N$. Dans le tableau qui suit, η appartient à $[A, B]$.

méthode	erreur
rectangle	$h \frac{B-A}{2} f'(\eta)$
milieu	$h^2 \frac{B-A}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-h^2 \frac{B-A}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-h^4 \frac{B-A}{2880} f^{(4)}(\eta)$