

Examen de TD du 15 Novembre 2016

Durée : 1 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits***Calculatrice autorisée :** OUI NON *Tout type***Exercice 1.**On cherche à résoudre l'équation $g(x) = x$ où

$$g(x) = e^{-x}, \quad (1)$$

sur l'intervalle

$$I = [0.1, +\infty[. \quad (2)$$

(1) Montrer qu'il existe $k \in [0, 1[$ tel que

$$\forall x \in I, \quad |g'(x)| \leq k. \quad (3)$$

(2) En déduire la mise au point complète (théorie, calcul numérique) de la méthode du point fixe et proposer une approximation numérique avec une précision $\varepsilon = 1.0 \cdot 10^{-5}$. On admettra que I est stable par g , c'est-à-dire, pour tout $x \in I$, $g(x) \in I$. On admettra aussi l'inégalité suivante : si x_n est la suite définie par $x_{n+1} = g(x_n)$ et α est un point fixe de g

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad |x_n - \alpha| \leq \frac{k^n}{1 - k} |g(x_0) - x_0|. \quad (4)$$

Exercice 2.Pour $n = 3$, on se donne $n + 1$ points d'abscisses respectives $(x_i)_{0 \leq i \leq n}$ données par $(0, 1, 2, 3)$ et d'ordonnées respectives $(y_i)_{0 \leq i \leq n}$ données par $(2, 5, 8, 11)$.

- (1) Déterminer le polynôme P passant par les points $(x_i, y_i)_{0 \leq i \leq 1}$?
- (2) Que se passe-t-il si on rajoute le point (x_i, y_i) pour $i = 2$?
- (3) Que se passe-t-il si on rajoute le point (x_i, y_i) pour $i = 3$ (en plus du point déjà rajouté) ?
- (4) Expliquer cela, avec un minimum de calcul !

CorrigéUn corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>