Informatique 3A MNBif — Automne

Examen de TD du 14 novembre 2017

Durée : 1,5 heure(s)

Documents autorisés : OUI ☒ NON ☐

Polycopiés de l'UE, notes manuscrites. Livres interdits

Calculatrice autorisée : OUI ☒ NON ☐

Tout type

Exercice 1.

On connaît les valeurs d'une fonction f aux points $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$:

$$f(x_0) = 1, \quad f(x_1) = 2, \quad f(x_2) = 3.$$

(1) Construire p le polynôme d'interpolation de degré 2, interpolant la fonction f aux nœuds x_0, x_1 et x_2.

(2) Pour $\alpha = 0.9$, donner une valeur approchée de $f(\alpha)$.

Exercice 2.

On recherche l'approximation de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos(x)\, dx$. par une méthode d'intégration composite.

(1) Essayez de calculer la valeur exacte de I.

(2)

Pour différentes valeurs du pas h, on a calculé les erreurs d'intégration commises $\varepsilon(h) = |I - I_{\mathrm{a}}(h)|$ où $I_{\mathrm{a}}(h)$ est l'approximation de l'intégrale I.

Sur la figure 1 page suivante, le graphique représente un nuage de points ou chaque point a pour abscisse $\log_{10}(h)$ et pour ordonnée $\log_{10}(\varepsilon(h))$. Déduire de ce graphique, l'ordre de la méthode d'intégration. Justifiez-le !

Exercice 3.

On pourra utiliser les résultats rappelés page 3.

(1) Quelle est la forme de la formule d'intégration (élémentaire) de Simpson sur l'intervalle $[a, b]$?

(2) Cette formule est-elle est une formule de quadrature ?

(3) Quel est son degré (d'exactitude) ?

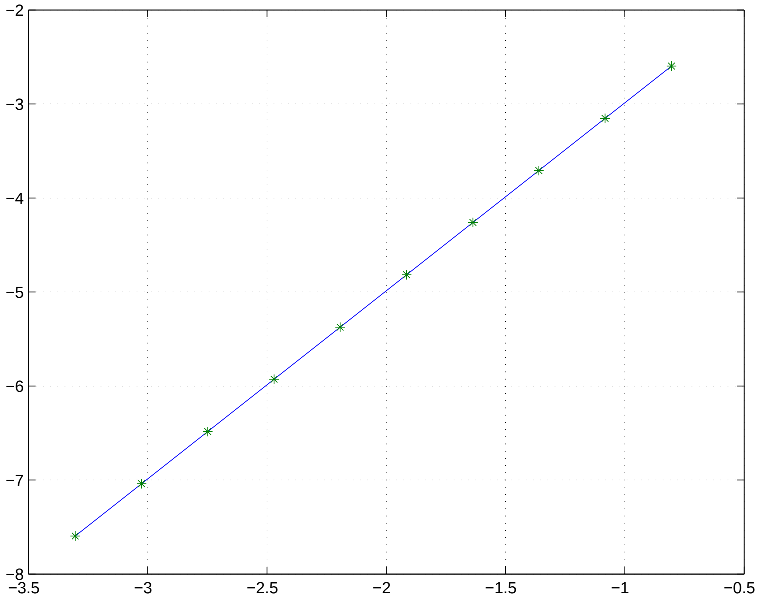

Figure 1. Graphique de l'erreur.

(4) Comment feriez-vous pour calculer ce degré ?

(5) Vu le nombre de point utilisé, ce degré est-il logique ?

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

Erreurs des méthodes d'intégration

Méthodes élementaires sur $[a,b]$. Dans le tableau qui suit, η appartient à $]a,b[$.

méthode	erreur
rectangle	$\frac{(b-a)^2}{2} f'(\eta)$
milieu	$\frac{(b-a)^3}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta)$

Méthodes composites (composées) sur $[A,B]$ avec un pas $h=(B-A)/N$. Dans le tableau qui suit, η appartient à $]a,b[$.

méthode	erreur
rectangle	$h\frac{B-A}{2} f'(\eta)$
milieu	$h^2\frac{B-A}{24} f''(\eta)$
trapèze	$-h^2\frac{B-A}{12} f''(\eta)$
Simpson	$-h^4\frac{B-A}{2880} f^{(4)}(\eta)$