Informatique 3A MNBif

Automne

Corrigé de l'examen de TD du 03 Décembre 2019

Correction de l'exercice 1.

(1) Les différences divisées sont égales à $\{1, -1, 2, 1, 0\}$. On sait que le polynôme d'interpolation P, *a priori* de degré 4 est donné par

$$P = P[x_0] + P[x_0, x_1](x - x_0) + ... + P[x_0, x_1, ..., x_4](x - x_0)(x - x_1)...(x - x_3), \tag{1}$$

qui vérifie

$$\forall i \in \{0, ..., 4\}, \quad P(x_i) = y_i. \tag{2}$$

On constate que la dernière différence divisée est nulle, ce qui signifie que le degré de P est égal en fait à 3.

(2) D'après (2) et puisque le degré de de P est égal à 3, on a donc trouvé ce polynôme.

(3) Il est défini par

$$P = P[x_0] + P[x_0, x_1](x - x_0) + ... + P[x_0, x_1, ..., x_3](x - x_0)(x - x_1)...(x - x_2). \tag{3}$$

On admettra qu'il vaut

$$P(x) = x^3 + 2\,x^2. \tag{4}$$

Correction de l'exercice 2.

(1) La valeur exacte de I est $3\,\ln(3) - 2$ soit 1.295837.

(2) Comme d'habitude, on sait que l'erreur est majorée par Mh^α où α est l'ordre de la méthode. On a donc

$$\log_{10}(\varepsilon(h)) \approx \alpha \log_{10}(h) + \log_{10}(M),$$

et le points alignés du graphique de l'énoncé forment un nuage de pente α, ici égale à 1.999640. L'ordre est donc 2.