Informatique 3A MNBif — Automne

Corrigé de l'examen de TD du 03 Décembre 2019

Correction de l'exercice 1.

(1) Les différences divisées valent

$$f[x_0] = 2,$$
$$f[x_0, x_1] = -1,$$
$$f[x_0, x_1, x_2] = 1,$$

(2) On conclue grâce à la formule du cours sur le calcul de $\Pi_2 g(\alpha) \approx 1.64$.

Correction de l'exercice 2.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[a, b] = [-2, 2]$ par

$$\forall x, \quad f(x) = \arctan(x) + 1.$$

(1) (a) En utilisant la méthode composite des trapèze avec un nombre d'intervalles dans $\{1, 2, 3, 4\}$, on obtient respectivement les 4 valeurs approchées suivantes

$$I_1 \approx 4.0000000000,$$
$$I_3 \approx 4.0000000000,$$
$$I_3 \approx 4.0000000000,$$
$$I_4 \approx 4.0000000000.$$

(b) On constate que f est la somme d'une fonction impaire, d'intégrale nulle sur $[-2, 2]$ et d'une fonction constante c. On a donc la valeur exacte de $I = (b - a)c$:

$$I = 4.$$

On constate que la méthode de trapèze prend aussi en compte cette symétrie dans la sommation, où tous les termes disparaissent deux à deux par imparité !

(2) En utilisant la méthode composite de Simpson avec un nombre d'intervalles dans $\{1, 2\}$, on obtient respectivement les 2 valeurs approchées suivantes

$$I_1 \approx 4.0000000000,$$
$$I_2 \approx 4.0000000000.$$

Elle prend aussi en compte cette symétrie dans la sommation, où tous les termes disparaissent deux à deux par imparité !

(3) (a) En utilisant la méthode élémentaire de Simpson on obtient la valeur approchée suivante

$$J \approx 9.7500000000.$$

Après intégration manuelle, on obtient la valeur exacte suivante

$$J = 9.7500000000.$$

(b) Ici, ce n'est plus la symétrie de l'intervalle d'intégration qui permet d'expliquer cela, mais tout simplement le fait que le polynôme que l'on intégre est de degré 3 et que l'erreur de Simpson élémentaire, égale à $-\frac{(b-a)^5}{2880}f^{(4)}(\eta)$, est donc nulle ici !