Matériaux 3A MNBmater Automne 2025

# QCM (maison) pour le 25 novembre 2025

**Important :**
**Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.**

**Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire.**

**Corrigé**

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

## Chapitre 3, section 3.3

**Question 1** La méthode d'intégration élémentaire de Simpson sur l'intervalle $[a, b]$ est donnée par

- ■ $\frac{1}{6}(b-a)(f(a)+4f((a+b)/2)+f(b))$
- □ $\frac{1}{6}(b-a)(f(a)+5f((a+b)/2)+f(b))$
- □ $\frac{1}{16}(b-a)(f(a)+4f((a+b)/2)+f(b))$

***Explication*** **:** Voir le tableau 3.2 du polycopié de cours.

**Question 2 ♣** L'approximation $I_2^S$ de l'intégrale $I = \int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ en appliquant la méthode de Simpson avec 2 sous-intervalles vaut

- ■ $1/12 + 1/12\,e^{-1} + 1/6\,e^{-1/4} + 1/3\,e^{-1/16} + 1/3\,e^{-\frac{9}{16}}$
- □ $\frac{5}{12} + \frac{5}{12}\,e^{-1} + 5/6\,e^{-1/4} + 5/3\,e^{-1/16} + 5/3\,e^{-\frac{9}{16}}$
- □ $4,481\,132\,3$
- ■ $0,746\,855\,4$
- □ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

***Explication*** **:** Voir exercice de TD 3.1.

**Question 3** La méthode élémentaire de Simpson est plus calculatoire que la méthode élémentaire du rectangle.

□ C'est faux. ■ Cest vrai.

***Explication*** **:** Voir le tableau 3.2 du polycopié de cours qui fait apparaître trois évaluations de $f$ pour Simpson contre une seule pour le rectangle.

**Question 4** La méthode composite de Simpson est plus calculatoire que la méthode composite du rectangle.

□ C'est faux. ■ Cest vrai.

***Explication*** **:** Voir le tableau 3.4 du polycopié de cours qui fait apparaître $2 + 2(N-1) + 4N = 6N$ évaluations de $f$ pour Simpson contre $N$ pour le rectangle.

**Question 5 ♣** Soient $a$ et $b$ tels que $a < b$ et $f$ une fontion définie sur un intervalle $[a, b]$ intégrée exactement (c'est-à-dire que la valeur approchée est égale à l'intégrale exacte) par la méthode élémentaire du point milieu.

- ■ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 1.
- ■ Cette assertion est fausse pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 2.
- ☐ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 3.
- ☐ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$.
- ■ Cette assertion peut être vraie pour une fonction $f$ qui n'est pas polynômiale de degré 1 ou 2.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

***Explication :*** La fonction $f$ est intégrée exactement par la méthode élémentaire du point milieu l'erreur $\frac{(b-a)^3}{24} f''(\eta)$, donnée par le tableau 3.3 page 56 du cours est nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 1, $f''(\eta)$, est nulle pour tout $\eta$ et donc l'erreur est nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 2, quelconque, $f''(\eta)$, est constant et non nul et l'erreur est nécessairement non nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 3, ou $f$ quelconque, en général, l'erreur est non nulle. Mais il est possible que $f''(\eta)$, soit nulle, par exemple par symétrie, pour une fonction $f$ qui n'est pas polynômiale de degré 1 ou 2. Par exemple, si on prend l'intervalle $[-a, a]$ (avec $a > 0$) $f$ impaire, (par exemple $(x + a)^3 x(x - a)^3$) par symétrie, $\int_a^b f(x)dx$ est nulle par symétrie, ainsi que la valeur approchée (voir tableau 3.2 page 56 du cours) donnée par

$$(b - a)f((a + b)/2) = -af(0) = 0.$$

**Question 6 ♣** Soient $a$ et $b$ tels que $A < B$ et $f$ une fontion définie sur un intervalle $[A, B]$ intégrée exactement (c'est-à-dire que la valeur approchée est égale à l'intégrale exacte) par la méthode composite de Simpson.

- ■ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 3.
- ■ Cette assertion est fausse pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 4.
- ☐ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$ polynômiale de degré 5.
- ☐ Cette assertion est vraie pour toute fonction $f$.
- ■ Cette assertion peut être vraie pour une fonction $f$ qui n'est pas polynômiale de degré 3 ou 5.
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

***Explication :*** La fonction $f$ est intégrée exactement par la méthode composite de Simpson l'erreur $-h^4 \frac{B-A}{2880} f^{(4)}(\eta)$, donnée par le tableau 3.3 page 56 du cours est nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 3, $f^{(4)}(\eta)$, est nulle pour tout $\eta$ et donc l'erreur est nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 4, quelconque, $f^{(4)}(\eta)$, est constant et non nul et l'erreur est nécessairement non nulle. Si $f$ est polynômiale de degré 5, ou $f$ quelconque, en général, l'erreur est non nulle. Mais il est possible que $f^{(4)}(\eta)$, soit nulle, par exemple par symétrie, pour une fonction $f$ qui n'est pas polynômiale de degré 3 ou 5. Par exemple, si on prend l'intervalle $[-A, A]$ (avec $A > 0$) $f$ impaire, par exemple $f$ donnée par

$$f(x) = (x + A)^3 x(x - A)^3, \tag{1}$$

alors, par symétrie, $\int_A^B f(x)dx$ est nulle. Par ailleurs, a valeur approchée (voir tableau 3.2 page 56 du cours) donnée par

$$\frac{h}{6}\left(f(A) + f(B) + 2\sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) + 4\sum_{i=0}^{N-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)\right),$$

est nulle par symétrie. Attention, numériquement, les arrondis de calculs peuvent fournir des quantités non exactement nulle (mais proche du zéro machine). Par exemple, pour $f$ donnée par (1), avec $A = 1$, on obtient avec $N = 2$, une valeur approchée égale à 0 et pour $N = 6$, une valeur approchée égale à $7,709\ 882 \times 10^{-19}$.