POLYTECH LYON — Université Claude Bernard Lyon 1

Matériaux 3A MNBmater — Automne 2024

QCM du 08 janvier 2025

Durée : 15 minutes

Documents autorisés : OUI ☐ NON ☒

Calculatrice autorisée : OUI ☐ NON ☒

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Les réponses seront données dans la feuille de réponse (à la fin du sujet).

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

Question 1 ♣ Une condition suffisante d'existence d'une racine d'une fonction f sur l'intervalle $[a, b]$ est

- ■ $f(a)f(b) \leq 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- ■ $f(a)f(b) < 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- C $f(a)f(b) \leq 0$
- D f est continue sur $[a, b]$
- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le lemme 4.1 du polycopié de cours.

Question 2 ♣ Une condition suffisante pour que la méthode de dichotomie appliquée à une fonction f, définie sur $[a, b]$, soit convergente est

- ■ $f(a)f(b) \leq 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- ■ $f(a)f(b) < 0$ et f est continue sur $[a, b]$
- C $f(a)f(b) \leq 0$
- D f est continue sur $[a, b]$
- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir le lemme 4.3 du polycopié de cours.

Question 3 Soit une fontion f, non nécessairement continue sur $[a, b]$ vérifiant $f(a)f(b) < 0$. On met en place une méthode de dichotomie sur f. Il est possible que cette méthode converge vers un zéro de f.

■ oui B non

Explication : Si on choisit la fonction signe, valant 1 sur $\mathbb{R}_+^*$, -1 sur $\mathbb{R}_-^*$ et 0 en zéro et qu'on choisit un intervalle symétrique autour de zéro, l'unique zéro de f sur $\mathbb{R}$, égal à 0, sera atteint directement. Pour plus de détails, voir l'algorithme 4.1 du cours.
Voir aussi l'annexe M du cours.

Question 4 ♣ Une condition suffisante pour que la méthode du point fixe appliquée à une fonction g, définie sur $I = [a, b]$, soit convergente est

- A g est définie sur I et I est g-stable
- B g est de classe $\mathcal{C}^1$ et il existe un réel k de $[0, 1[$ tel que $\forall x \in I, \quad |g'(x)| \leq k$.
- ■ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la proposition 4.19 du polycopié de cours. Il suffit que soient réunies les deux conditions citées.

Question 5 ♣ Le schéma d'Euler progressif (ou explicite) s'écrit :

- ■ $\forall n \in \{0, ..., N-1\}, \quad y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n)$
- ■ $\forall n \in \{0, ..., N-1\}, \quad \dfrac{y_{n+1} - y_n}{h} = f(t_n, y_n)$
- C $\forall n \in \{0, ..., N-1\}, \quad y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1})$
- D *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la définition 5.13 du polycopié de cours du cours.

Question 6 Il est possible que le schéma d'Euler progressif (ou explicite) fournisse la solution exacte d'une équation différentielle.

■ oui $\boxed{\text{B}}$ non

Explication : Soit $a \in \mathbb{R}$ un réel. Considérons l'équation différentielle

$$\forall t \in [0,T], \quad y'(t) = a, \tag{1a}$$

$$y(0) = 0, \tag{1b}$$

dont la solution est donnée par

$$y(t) = at. \tag{2}$$

D'après la définition 5.13 du polycopié de cours, le schéma d'Euler progressif appliqué à l'équation différentielle (1) s'écrit (avec $h = T/N$)

$$y_{n+1} = y_n + ha.$$

On a donc

$$y_1 = ah,$$

et on constate facilement que

$$y_n = anh \tag{3}$$

et d'après (2),

$$y(t_n) = y(hn) = ahn,$$

qui est égale à y_n, d'après (2).

Question 7 En théorie, une équation différentielle d'ordre k se traite exactement comme une équation différentielle d'ordre 1.

$\boxed{\text{A}}$ C'est faux ■ C'est vrai.

Explication : Voir la section 5.6.3 du polycopié de cours.

Question 8 En théorie, un sysyème de plusieurs équations différentielles couplées 1 se traite exactement comme une équation différentielle d'ordre 1.

$\boxed{\text{A}}$ C'est faux ■ C'est vrai.

Explication : Voir la section 5.6.2 du polycopié de cours.

Feuille de réponses :

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille.
Il est préférable que vous utilisiez un stylo noir ou bleu ou un crayon à papier de type B ou HB. Vous devez noircir complètement [1] les cases choisies. Les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

⟵ codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

....

Question 1 : ■ ■ C D E
Question 2 : ■ ■ C D E
Question 3 : ■ B
Question 4 : A B ■
Question 5 : ■ ■ C D
Question 6 : ■ B
Question 7 : A ■
Question 8 : A ■

1. Dans ce cas, vous pouvez effacer la/les case(s) avec la gomme ou la recouvrir de ruban correcteur et vous n'avez pas d'autre possibilité de corriger une case cochée par erreur.