

QCM du 23 janvier 2025

Durée : 20 minutes

Documents autorisés : OUI NON Autorisés : *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites.*Interdits : *Écrans (sauf tablette et ordinateurs en mode avion), Livres et Internet***Calculatrice autorisée :** OUI NON

Tout type

Important :**Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.****Les réponses seront données dans la feuille de réponse (à la fin du sujet).****Corrigé**Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>**Question 1** La méthode d'intégration élémentaire du point milieu sur l'intervalle $[a, b]$ est donnée par

- $(b - a)f((a + b)/2)$ $(b - a)f(a)$ $(b - a)f((a + b)/3)$

Explication : Voir le tableau 4.1 du polycopié de cours.**Question 2** La méthode composite de Simpson est plus précise que la méthode composite du rectangle.

- A C'est faux. B C'est vrai.

Explication : Voir le tableau 4.4 du polycopié de cours qui fait apparaître une erreur en h^4 pour Simpson contre une erreur en h pour le rectangle.**Question 3** La méthode élémentaire de Simpson est plus calculatoire que la méthode élémentaire du rectangle.

- A C'est faux. B C'est vrai.

Explication : Voir le tableau 4.1 du polycopié de cours qui fait apparaître trois évaluations de f pour Simpson contre une seule pour le rectangle.**Question 4** La méthode composite de Simpson est plus calculatoire que la méthode composite du rectangle.

- A C'est faux. B C'est vrai.

Explication : Voir le tableau 4.3 du polycopié de cours qui fait apparaître $2 + 2(N - 1) + 4N = 6N$ évaluations de f pour Simpson contre N pour le rectangle.**Question 5 ♣** L'intégrale définissant la transformée de Laplace est une intégrale sur l'intervalle :

- [0, ∞ [D $[\pi, \infty$ [
 $] - \infty, \infty$ [E Aucune de ces réponses n'est correcte.
 C $[1, \infty$ [

Explication : Voir les définitions 5.2 et 5.2.**Question 6** Si g est une application (causale) et $p \in \mathbb{C}$, on a l'équivalence entre l'existence des deux intégrales

$$\int_0^{+\infty} e^{-pt}g(t)dt \text{ et } \int_0^{+\infty} |e^{-pt}g(t)| dt$$

- A C'est vrai. B C'est faux.

Explication : Voir la remarque 5.5.

Question 7 ♣ Si g est une application (causale) et α son indice de sommabilité, alors $\mathcal{L}(g)(p)$ est défini pour tout complexe p tel que

$\text{Re}(p) > \alpha.$

$p \in]\alpha, +\infty[.$

$\text{Re}(p) < \alpha.$

$\text{Im}(p) < \alpha.$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir le point 2.

Question 8 ♣ f est une fonction d'ordre exponentiel, s'il existe $\sigma \in \mathbb{R}$ et $(M, T) \in (\mathbb{R}_+)^2$, tels que

$\forall t \geq T, |f(t)| \leq Me^{\sigma t}.$

$\forall t \leq T, |f(t)| \leq Me^{\sigma t}.$

$\forall t \geq T, |f(t)| = Me^{\sigma t}.$

$\forall t \geq T, f(t) \leq Me^{\sigma t}.$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir la définition 5.8.

Question 9 ♣ Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} , sauf éventuellement en $t = 0$ où $\lim_{\substack{t \rightarrow 0, \\ t > 0}} f(t) = f(0^+)$ existe. On

suppose en outre que f' est une fonction continue par morceaux qui admet une transformée de Laplace, alors, en notant α et α' les indices de sommabilité de f et f' , on a pour tout $p \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(p) > \max(\alpha, \alpha')$

$\mathcal{L}(f')(p) = p\mathcal{L}(f)(p) - f(0^+)$

$\mathcal{L}(f')(p) = \frac{1}{p}\mathcal{L}(f)(p) - pf(0^+)$

$\mathcal{L}(f')(p) = \mathcal{L}(f)(p) - pf(0^+)$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Explication : Voir le théorème 5.19.

Question 10 Soit $g(t) = \int_0^t f(u)du$ la primitive de f qui s'annule en 0, alors, en notant α l'indice de sommabilité de f , on a pour tout $p \in \mathbb{C}$ tel que $\text{Re}(p) > \max(\alpha, 0)$

$\mathcal{L}(g)(p) = \frac{\mathcal{L}(f)(p)}{p}$

$\mathcal{L}(g)(p) = p\mathcal{L}(f)(p)$

Explication : Voir le théorème 5.20.



Feuille de réponses :

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille.

Il est préférable que vous utilisiez un stylo noir ou bleu ou un crayon à papier de type B ou HB. Vous devez noircir complètement¹ les cases choisies. Les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

← codez votre numéro d'étudiant ci-contre, et inscrivez votre nom et prénom ci-dessous.

Nom et prénom :

.....

- QUESTION 1 : B C
- QUESTION 2 : A
- QUESTION 3 : A
- QUESTION 4 : A
- QUESTION 5 : C D E
- QUESTION 6 : B
- QUESTION 7 : C D E
- QUESTION 8 : B C D E
- QUESTION 9 : B C D
- QUESTION 10 : B

1. Dans ce cas, vous pouvez effacer la/les case(s) avec la gomme ou la recouvrir de ruban correcteur et vous n'avez pas d'autre possibilité de corriger une case cochée par erreur.