

Contrôle continu 2 du 23 janvier 2025

Durée : 2 heure(s)

Documents autorisés (hors QCM) : OUI NON

Autorisés : *Polycopiés de l'UE, notes manuscrites.*

Interdits : *Écrans (sauf tablette et ordinateurs en mode avion), Livres et Internet*

Calculatrice autorisée (hors QCM) : OUI NON

Tout type

Exercice 1.

Durée : 20 minutes.

Voir sujet de QCM n° 2 distribué.

Aucun document, aucun écran autorisé pendant le temps de ce QCM.

Exercice 2.

On dispose des résultats expérimentaux pour la position $f(t)$ d'une étoile à différents temps t :

t	$f(t)$
1.00000	4.47550
1.50000	5.39960
2.00000	6.54960
2.50000	7.82160
3.00000	9.19970

On cherche à approcher l'intégrale de

$$I = \int_A^B f,$$

où $A = \min(t) = 1$ et $B = \max(t) = 3$.

- (1) Proposer une approximation en utilisant la méthode composite des trapèzes.
- (2) On a déterminé une spline cubique passant par les points expérimentaux donnés. Voir la figure 1 page suivante.
 - (a) De quelles données auriez vous besoin pour déterminer la valeur de l'intégrale de cette spline sur $[A, B]$ en utilisant la méthode composite du point milieu et la méthode composite de Simpson ?

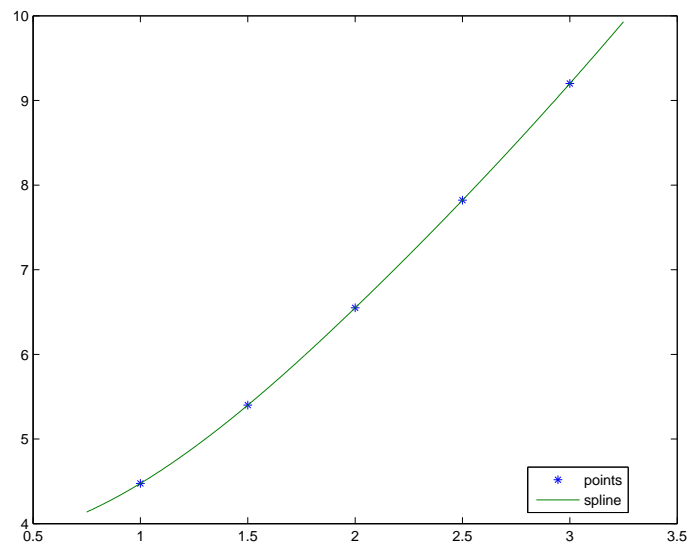


FIGURE 1. Les points $(t, f(t))$ et la spline construite.

(b)

t	$f(t)$
1.25000	4.90144
1.75000	5.95423
2.25000	7.17272
2.75000	8.49701

En utilisant le tableau ci-dessus, qui contient les valeurs de f évaluées aux différents milieux grâce à la spline utilisée, calculer une approximation de l'intégrale de cette spline sur $[A, B]$ en utilisant la méthode composite du point milieu et la méthode composite de Simpson.

- (3) *Question facultative* Expliquer pourquoi l'approximation de l'intégrale de cette spline sur $[A, B]$ par la méthode composite de Simpson est égale à son intégrale exacte.

Exercice 3.

Résoudre par l'utilisation de la transformée de Laplace l'équation différentielle suivante :

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = \cos(t) + e^{-t}(t + 2),$$

$$y(0) = 1,$$

$$y'(0) = 0.$$

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>