Systèmes Industriels et Robotique 3A MPISIR | Automne 2024

Contrôle continu (rattrapage) du 12 juin 2025

Durée : entre 1,5 et 2 heure(s)

Documents autorisés : OUI ☒ NON ☐
Autorisés *: Polycopiés de l'UE, notes manuscrites.*
Interdits *: Écrans (sauf tablette et ordinateurs en mode avion), Livres et Internet*

Calculatrice autorisée : OUI ☒ NON ☐
Tout type

Exercice 1.
On considère la fonction $f(x) = \ln(1+x^2)$ sur l'intervalle $[0,2]$, et l'intégrale :

$$I = \int_0^2 \ln(1+x^2)\,dx$$

(1) Approcher I par la méthode des rectangles à gauche avec $n = 4$.
(2) Refaire l'approximation avec la méthode des trapèzes.
(3) Appliquer la méthode de Simpson avec $n = 4$.
(4) Comparer les trois résultats à la valeur exacte $I \approx 1,433\ 173\ 260$
(5) Comment évoluent les erreurs si l'on double le nombre de subdivisions ?

Exercice 2.
Considérons un circuit RLC série composé d'une résistance R, d'une inductance L, et d'un condensateur de capacité C, soumis à une tension extérieure $E(t)$. On note $q(t)$ la charge du condensateur au temps t, et $i(t) = q'(t)$ le courant.
L'équation différentielle régissant ce circuit est :

$$Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t), \quad t > 0$$

avec les conditions initiales :

$$q(0) = 0, \quad q'(0) = 0$$

On donne : $L = 1\,\mathrm{H}$, $R = 2\,\Omega$, $C = 1\,\mathrm{F}$, et $E(t) = e^{-t}$.

(1) Appliquez la transformée de Laplace à l'équation différentielle et exprimez-la sous forme algébrique en $Q(s) = \mathcal{L}\{q(t)\}(s)$.

(2) Résolvez cette équation pour obtenir $Q(s)$.

(3) Calculez la transformée de Laplace inverse pour trouver $q(t)$.

(4) Vérifiez les conditions initiales.

(5) Étudiez le comportement de $q(t)$ lorsque $t \to \infty$.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`