Mécanique 4A OMI3 Automne 2023

# QCM (maison) pour le 9 octobre 2023

**Important :**
**Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.**

**Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire.**

**Corrigé**

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

## Chapitre 2, section 2.5

**Question 1** La limite de $\mathrm{Ln}(z)$ quand $z$ tend vers zéro en étant non nul

- ☐ est égale à $-\infty$
- ☐ est égale à 0
- ☐ n'existe pas
- ☐ est égale à $i\pi$
- ☐ est égale à $+\infty$

**Question 2** Le nombre $\mathrm{Ln}\left(1+i\sqrt{3}\right)$ est égal à

- ☐ $\ln(2) + 1/3\, i\pi$
- ☐ $2\ln(2) + 1/9\, i\pi$

**Question 3 ♣** La fonction $z \mapsto \mathrm{Ln}(z)$

- ☐ est dérivable sur le plan fendu $U = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$
- ☐ est continue sur $\mathbb{C}$
- ☐ est continue sur le plan fendu $U = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*
- ☐ est dérivable sur $\mathbb{C}$

**Question 4** Pour tout $\theta$, $\theta'$ dans $\mathbb{R}$, les égalités

$$\cos(\theta+\theta') = \cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta',$$
$$\sin(\theta+\theta') = \cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta.$$

- ☐ sont vraies
- ☐ sont fausses

**Question 5** Pour tout $\theta$, $\theta'$ dans $\mathbb{C}$, les égalités

$$\cos(\theta+\theta') = \cos\theta\cos\theta' - \sin\theta\sin\theta',$$
$$\sin(\theta+\theta') = \cos\theta\sin\theta' + \cos\theta'\sin\theta.$$

- ☐ sont vraies
- ☐ sont fausses

## Chapitre 3, section 3.2

**Question 6** Pour définir l'intégrale d'une fonction $f$ sur un chemin $\gamma$, il nous faut connaître

- ☐ un paramétrage de $\gamma$ et une fonction $f$ définie sur un ouvert $\Omega$ de $\mathbb{C}$ qui contient $\gamma$.
- ☐ une fonction $f$ définie sur un ouvert $\Omega$ de $\mathbb{C}$ qui contient $\gamma$.
- ☐ un chemin $\gamma$ inclus dans le plan fendu $U = \mathbb{C}\setminus\mathbb{R}_-$.

**Question 7** L'intégrale de $f = z$ sur le chemin paramétré par $\gamma(t) = e^{it}$, pour $t \in [0, \pi/2]$ vaut

☐ $-1$ ☐ $-2$ ☐ $4$

## Chapitre 3, section 3.3

**Question 8** On considère la fonction $f$ définie par

$$f(z) = \cos(z)\, e^{iz}$$

On pose

$$I = \int_\gamma f(z) dz,$$

où $\gamma$ est le segment $[A, B] = [1 + i, 3 + 2\,i]$.

- ☐ On a
$$I = \frac{1}{4}\left(-e^{-4}\sin(6) - e^{-2}\sin(2) + i\left(-e^{-4}\cos(6) + e^{-2}\cos(2)\right)\right) + 1 + \frac{i}{2}.$$
- ☐ On a
$$I = \frac{1}{2}\left(-e^{-4}\sin(6) - e^{-2}\sin(2) + i\left(-e^{-4}\cos(6) + e^{-2}\cos(2)\right)\right) + 1 + \frac{i}{2}.$$
- ☐ On a
$$I = \frac{1}{4}\left(-e^{-4}\sin(6) - e^{-2}\sin(3) + i\left(-e^{-4}\cos(6) + e^{-2}\cos(7)\right)\right) + 1 + \frac{i}{2}.$$

**Question 9** Une fonction holomorphe dans un ouvert $U$ de $\mathbb{C}$.

☐ est analytique sur $U$ ☐ n'est sûrement pas assez régulière pour être analytique sur $U$

## Chapitre 3, section 3.4

**Question 10** On considère la fonction $f$ définie par

$$f(z) = \frac{1}{z^3 - 1}.$$

Le résidu de $f$ en $z = 1$ vaut

☐ 1/3 ☐ 2/3 ☐ 5

**Question 11** On considère la fonction $f$ définie par

$$f(z) = \frac{\cos(z)}{(z+1)^2\,(z-i)}.$$

Le résidu de $f$ en $z = -1$ vaut

- ☐ $1/2\,i\sin(1) - 1/2\,\sin(1) + 1/2\,i\cos(1)$
- ☐ $3/2\,i\sin(1) - 3/2\,\sin(1) + 3/2\,i\cos(1) + 4$
- ☐ $i\sin(1) - \sin(1) + i\cos(1)$

## Chapitre 5, section 5.1

**Question 12** On pose

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 4\cos t}.$$

$I$ vaut

☐ $\frac{2\pi}{3}$ ☐ $\frac{4\pi}{3}$ ☐ 0

**Question 13** On considère la fraction rationnelle $R(X, Y)$ définie par

$$R(X, Y) = \frac{Y + 1}{X - 8}.$$

On pose

$$I = \int_0^{2\pi} R(\cos t, \sin t) dt.$$

$I$ vaut

☐ $-2/21\,\sqrt{7}\pi$ ☐ $-2/21\,\sqrt{5}\pi$ ☐ 0

## Chapitre 5, section 5.2

**Question 14** Pour un écoulement plan irrotationnel incompressible associé au potentiel complexe $f$ les équipotentielles sont définies par

☐ $\phi = \mathrm{Re}(f)$ =constantes ☐ $\psi = \mathrm{Im}(f)$ =constantes

**Question 15** Pour un écoulement plan irrotationnel incompressible associé au potentiel complexe $f$ lignes de courant sont définies par

☐ $\phi = \mathrm{Re}(f)$ =constantes ☐ $\psi = \mathrm{Im}(f)$ =constantes