Mécanique 4A OMI3 Automne 2023

QCM (maison) pour le 29 Novembre

Important :
Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter aucune, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres questions ont une unique bonne réponse.

Ce QCM est en principe modifiable à l'écran et vous devez cocher les cases manuellement. En cas d'erreur, vous pouvez les cocher ou décocher autant de fois que nécesaire.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur `http ://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html`

HAUNIME Anne

Chapitre 6, sections 6.1 et 6.2

Question 1 ♣ "On pose

$$\begin{aligned}
&\forall x < 0, \quad \delta(x) = 0,\\
&\forall x > 0, \quad \delta(x) = 0,\\
&\delta(0) = +\infty.
\end{aligned}$$

On a alors, pour tout fonction u

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)u(x)dx = u(0).$$

" Cette assertion est

- ☐ rigoureusement vraie
- ■ formellement vraie
- ■ utilisée par la collectivité des physiciens ou des automaticiens
- ☐ utilisée par la collectivité des mathématiciens
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication **:** Ces équations, *formellement* vraies, n'ont pas de rigeur mathématique. Voir, dans le cours, les sections 6.1 et 6.2 et les équations (6.4) et (6.3) Voir aussi le tableau 6.1. Le dirac n'est pas une fonction et n'a donc pas d'intégrale ! Voir la proposition 6.25.

Chapitre 6, section 6.3

Question 2 Pour tout intervalle ouvert Ω de $\mathbb{R}$, une fonction test de $\mathcal{D}(\Omega)$ est

- ☐ indéfiniment dérivable sur Ω
- ☐ nulle en dehors de tout intervalle de type $[A, B]$ inclus dans Ω
- ■ indéfiniment dérivable sur Ω et nulle en dehors de tout intervalle de type $[A, B]$ inclus dans Ω

Explication **:** Voir la définition 6.1 du cours.

Question 3 ♣ Si Ω est un (intervalle) ouvert de $\mathbb{R}$ et T une distribution de $\mathcal{D}'(\Omega)$, l'image de toute fonction test $\phi \in \mathcal{D}(\Omega)$ par T est notée

- ■ $\langle T, \phi \rangle$
- ☐ $\int_\Omega T(x)\phi(x)dx.$
- ☐ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication **:** En vertu de la définition 6.9, la notation utilisée est bien $\langle T, \phi \rangle$ tandis que $\int_\Omega T(x)\phi(x)dx$ est réservée au cas où T est une distribution-fonction. Sinon (si T n'est pas une distribution-fonction), la notion d'application $x \mapsto T(x)$ ne signifie *rien* !

Question 4 ♣ Si Ω est un (intervalle) ouvert de $\mathbb{R}$ et f une distribution-fonction de $\mathcal{D}'(\Omega)$, l'image de toute fonction test $\phi \in \mathcal{D}(\Omega)$ par T est notée

■ $\langle f, \phi \rangle$ ■ $\langle T_f, \phi \rangle$ ■ $\int_\Omega f(x)\phi(x)dx.$ □ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : En vertu des définitions 6.9 et 6.15 et de l'équation (6.27) du cours, on peut utiliser indifféremment ces trois notations, puisque la distribution-fonction f pourra identifiée à T_f.

Chapitre 6, section 6.4

Question 5 Si $\Omega = \mathbb{R}$, la fonction $\mapsto 1/x$ n'est une pas distribution, mais on peut tout de même obtenir une distribution à partir de cette fonction.

■ oui □ non

Explication : En vertu de l'aspect divergent de l'intégrale de $1/x$ au voisinage de zéro, $1/x$ n'est pas localement intégrable et ne définit donc pas une distribution-fonction. Voir l'exemple du cours 6.31. Dans cet exemple, on intègre, pour toute fonction test ϕ, la fonction $\phi(x)/x$ sur $\mathbb{R} \setminus [-\varepsilon, \varepsilon]$ pour enlever la singularité en zéro et on fait tendre ε vers zéro.

Question 6 Soit (T_n) une suite de distributions sur l'ouvert Ω. On suppose que pour toute fonction test $\phi \in \mathcal{D}(\Omega)$, la suite numérique $\left(\langle T_n, \phi \rangle\right)$ converge. Soit l_ϕ sa limite. Alors, l'application T qui a ϕ associe l_ϕ

■ est nécessairement une distribution. □ n'est pas nécessairement une distribution.

Explication : Voir le théorème 6.30 du cours.

Chapitre 6, section 6.5

Question 7 ♣ Soit T une distribution sur l'ouvert Ω. On peut définir la dérivée T' de T si

■ T est une distribution-fonction dérivable
■ T est une distribution-fonction continue
■ T est une distribution-fonction intégrable sur Ω
■ T est une distribution quelconque
□ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la définition 6.32 du cours. C'est la grande force des distributions !

Question 8 ♣ Soit T une distribution sur l'ouvert Ω. On peut définir la dérivée seconde T'' de T si
■ T est une distribution-fonction deux fois dérivable
■ T est une distribution-fonction dérivable
■ T est une distribution-fonction continue
■ T est une distribution-fonction intégrable sur Ω
■ T est une distribution quelconque
□ *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Explication : Voir la définition 6.32 du cours. C'est la grande force des distributions !

Question 9 L'assertion "Si f est continûment dérivable sur I, alors f est dérivable au sens des distributions et sa dérivée vaut sa dérivée usuelle." est

■ vraie □ fausse

Explication : Voir le lemme 6.41 du cours.

Question 10 L'assertion "Si f est continue sur un intervalle I et continûment dérivable sauf en un nombre fini de points sur I, alors f est dérivable au sens des distributions et sa dérivée y vaut sa dérivée usuelle." est

■ oui □ non

Explication : Voir l'exemple 6.42 du cours.