

| |
|--|
| Examen de TD du 09 Octobre 2019 |
|--|

Durée : 1,5 heure(s)

Documents autorisés : OUI NON *Une feuille manuscrite A4 recto-verso*Calculatrice autorisée : OUI NON **Exercice 1.**

Dans le cours, le point 3 de la proposition 2.31 donne le lien entre $\overline{\text{Ln}(z)}$ et $\text{Ln}(\bar{z})$. Dans cet exercice, nous déterminons de même le lien entre les logarithmes de z et z' , le symétrique de z par rapport à l'axe des y .

Soit $z \in U$, le complémentaire de l'axe négatif (le plan fendu), donné par $U = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$. On note θ la détermination principale de l'argument de z .

(1) En supposant $\theta \in]0, \pi[$, déterminer $\text{Ln}(z')$ en fonction de $\text{Ln}(z)$.(2) Faire de même en supposant $\theta \in]-\pi, 0[$ **Exercice 2.**

Démontrer les deux résultats suivants :

(1) On considère le segment $\mathcal{S} = [z_0, z_1]$ comme indiqué sur la figure 1(a) page suivante. Le paramétrage de ce segment est donné par

$$\gamma : \begin{cases} [0, 1] & \rightarrow \mathbb{C} \\ t & \mapsto \gamma(t) \end{cases}, \quad (1a)$$

avec

$$\forall t \in [0, 1], \quad \gamma(t) = z_0 + (z_1 - z_0)t, \quad (1b)$$

(1c)

(2) On considère l'arc de cercle \mathcal{C} comme indiqué sur la figure 1(b) page suivante. Le paramétrage de cet arc de cercle est donné par par

$$\gamma : \begin{cases} [\theta_0, \theta_1] & \rightarrow \mathbb{C} \\ t & \mapsto \gamma(t) \end{cases}, \quad (2a)$$

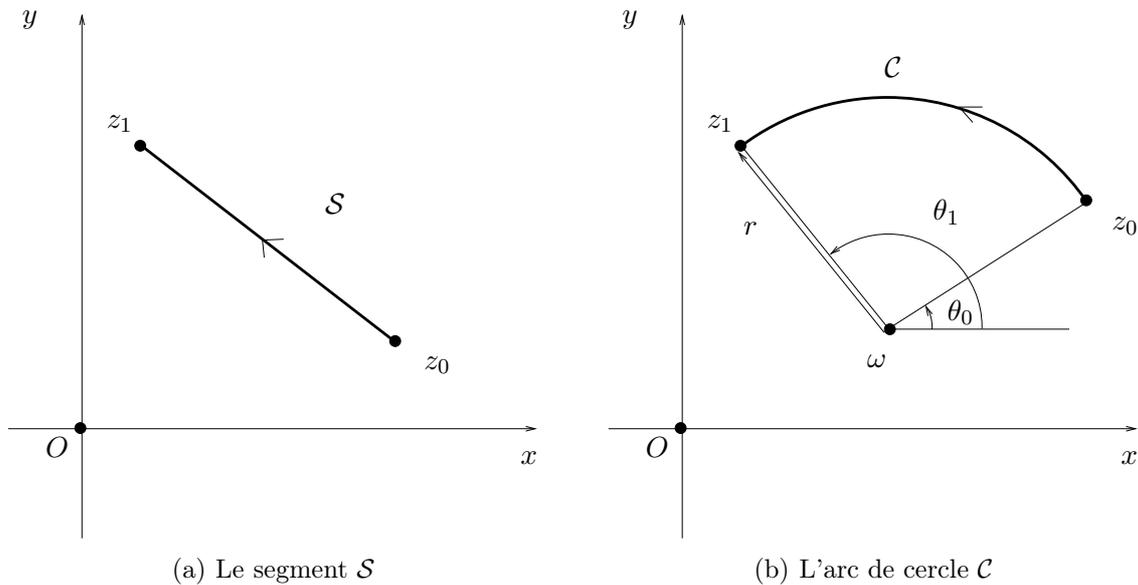


FIGURE 1. La paramétrisation générale d'un segment $\mathcal{S} = [z_0, z_1]$ ou d'un arc de cercle \mathcal{C} .

avec

$$\forall t \in [\theta_0, \theta_1], \quad \gamma(t) = re^{it} + \omega, \quad (2b)$$

où r est le rayon de l'arc de cercle et ω l'affixe de son centre.

Exercice 3.

On considère la fraction rationnelle $R(X, Y)$ définie par

$$R(X, Y) = \frac{X + 1}{Y - 4}.$$

Déterminer l'intégrale suivante

$$I = \int_0^{2\pi} R(\cos t, \sin t) dt.$$

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.cherz-alice.fr/Polytech/index.html>