

**Examen de TD du 11 Octobre 2019**

Durée : 1,5 heure(s)

**Documents autorisés :** OUI  NON *Une feuille manuscrite A4 recto-verso***Calculatrice autorisée :** OUI  NON **Exercice 1.**

Dans le cours, le point 3 de la proposition 2.31 donne le lien entre  $\overline{\text{Ln}(z)}$  et  $\text{Ln}(\bar{z})$ . Dans cet exercice, nous déterminons de même le lien entre les logarithmes de  $z$  et  $z'$ , le symétrique de  $z$  par rapport à l'axe des  $y$ .

Soit  $z \in U$ , le complémentaire de l'axe négatif (le plan fendu), donné par  $U = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$ . On note  $\theta$  la détermination principale de l'argument de  $z$ .

(1) En supposant  $\theta \in ]0, \pi[$ , déterminer  $\text{Ln}(z')$  en fonction de  $\text{Ln}(z)$ .

(2) Faire de même en supposant  $\theta \in ]-\pi, 0[$

**Exercice 2.**

(1) Calculer  $i^i$ .

(2) (a) De façon plus générale, pour  $\alpha \in \mathbb{C}$  et  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$ , quelle condition nécessaire et suffisante sur  $z$  et  $\alpha$  faut-il avoir pour que  $z^\alpha$  soit réel.

(b) Vérifier cette condition sur l'exemple de la question 1.

**Exercice 3.**

On considère la fraction rationnelle  $R(X, Y)$  définie par

$$R(X, Y) = \frac{Y + 1}{X - 8}.$$

Déterminer l'intégrale suivante

$$I = \int_0^{2\pi} R(\cos t, \sin t) dt.$$

**Corrigé**

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/Polytech/index.html>