



Examen CCF2 de Biomécanique du mouvement

Document autorisés : aucun

IMPORTANT : Calculatrice interdite.

Exercice 1.

On lance une balle de golf de masse $m = 0.046$ kg. Au début du mouvement, la vitesse initiale $\vec{v}_0$, de norme v_0 , fait un angle α avec l'horizontale. Les frottements de l'air sont négligeables.

- (1) Dans un repère approprié, établir l'équation cartésienne du mouvement.
- (2) Déterminer la portée L (la distance à laquelle atterrira l'objet) en supposant que le terrain est plat.
- (3) Calculer le demi-temps de vol t_2 .
- (4) Calculer la hauteur maximale h atteinte par l'objet.

Pour tout l'exercice, on fera les applications numériques en prenant :

$$v_0 = 45 \text{ ms}^{-1},$$

$$\alpha = 10^\circ,$$

$$g = 9.81 \text{ ms}^{-2}.$$

Exercice 2.

On étudie dans cet exercice un cyclotouriste, nommé Maurice, qui gravit puis redescend le mont Ventoux, par une journée sans nuage ni vent.

- (1) *Généralités*

On suppose qu'il monte, depuis Bédoin, avec une vitesse constante égale à $v = 8$ km/h en un temps¹ $t = 2.50$ h. Le dénivelé total est de $H = 1.634000$ km. Voir figure 1 page suivante.

- (a) Quelle est l la distance totale parcourue par Maurice.
- (b) On suppose que la route est rectiligne et qu'elle fait un angle constant α avec l'horizontale. Quelle est la valeur de cet angle α ?

1. Ce sujet est donc moins long et plus facile que la montée du Ventoux !

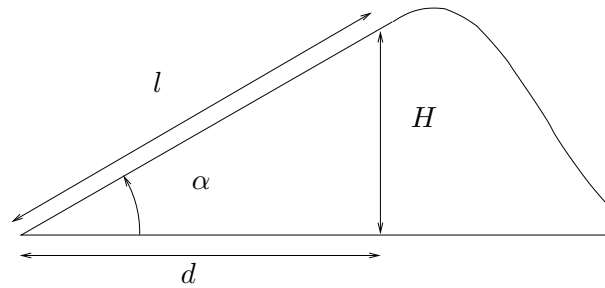


FIGURE 1. Représentation schématique du mont Ventoux et l'angle α .

- (c) On appelle la pente, le rapport entre le dénivelé H et la distance horizontale d parcourue. Quelle est la valeur de la pente ici ?
- (d) (i) Lors de la montée, peut-on négliger les forces de frottement de l'air (traînée et poussée) ?
- (ii) Lors de la montée, peut-on négliger les forces de frottement sec : action du sol sur les pneus ?
- (iii) Un étudiant de L2 tient le raisonnement suivant :
- "je considère le système {vélo+Maurice+Équipement}, de masse m , soumis à son poids. Pour monter, Maurice appuie successivement sur les deux pédales et exerce donc une force interne ; en effet, c'est l'action d'une partie du système (les deux pieds de Maurice) sur une autre parties (les deux pédales). Cette action n'est donc pas externe au système {vélo+Maurice+Équipement}. Cette force n'intervient donc pas dans la seconde loi de Newton et est parfaitement inutile pour le mouvement !" Quelle est l'erreur faite dans ce raisonnement ?

(2) Anthropométrie

	Piéton	cycliste
Tête-cou-tronc	57.8	56.1
Un bras	2.8	2.7
Un avant-bras	1.6	1.55
Une main	0.65	0.6
Une cuisse	10	11
Une jambe	4.65	4.65
Un pied	1.45	1.45

TABLE 1. Masse des segments en pourcentage de la masse corporelle.

On donne dans le tableau 1 les masses des segments en pourcentage de la masse corporelle, ainsi que les coordonnées (en mm et pédale à 90° , dans un repère lié au cadre du vélo) des

centres de masse de la cuisse, de la jambe et du pied :

Cuisse : $x = 151$ et $y = 92$,

Jambe : $x = 294$ et $y = 377$,

Pied : $x = 279$ et $y = 629$.

Déterminer, dans ce même repère, les coordonnées du centre de masse de l'ensemble d'un des deux membres inférieurs. La masse du cycliste Maurice seul est $m_m = 70$ kg.

(3) *Équilibre statique*

Face à la pente, après une pause conséquente, Maurice s'apprête à redescendre. Très entraîné, il est capable de se maintenir à l'équilibre sur son vélo, à l'arrêt grâce à ses freins. On donne la masse totale du vélo, de Maurice et de son équipement $m = 86$ kg et $g = 9.81$ ms⁻².

- (a) Caractériser les forces externes pour l'ensemble {vélo+Maurice+Équipement}. On considérera les deux réactions du sol sur les deux roues comme une unique force notée $\vec{R}$.
- (b)

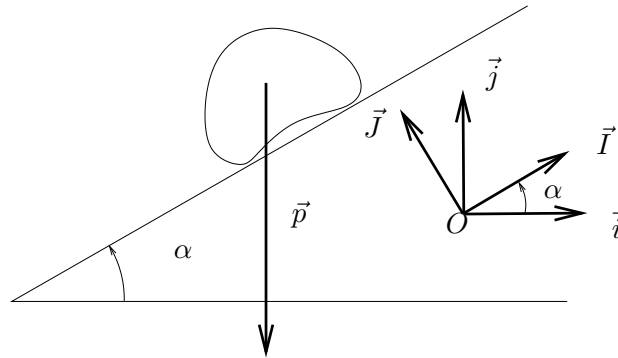


FIGURE 2. Les deux repères $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $(O, \vec{I}, \vec{J})$.

On donne $\alpha = 4.686288^\circ$. Reproduire la figure 2 sur votre copie et y reporter de façon schématique le vélo et l'ensemble des forces externes.

(c)

Montrer que la composante $\vec{T}$ de la réaction $\vec{R}$ du sol sur la route sur l'axe $(O, \vec{I})$ (voir figures 3 et 2) a une norme égale à

$$T = mg \sin \alpha. \quad (1)$$

Tracer graphiquement de façon schématique le vélo et les forces $\vec{T}$ et $\vec{N}$.

(d) *Équilibre statique - Moment*

On suppose à présent que la réaction du sol se répartit de manière équivalente entre les deux roues du vélo. Ainsi, à chaque roue est appliquée une réaction $\vec{R}/2$ qui a pour composantes $\vec{T}/2$ et $\vec{N}/2$ (voir figure 4 page 5).

- (i) Quel est le moment de $\vec{N}/2$ par rapport au centre de la roue O ?

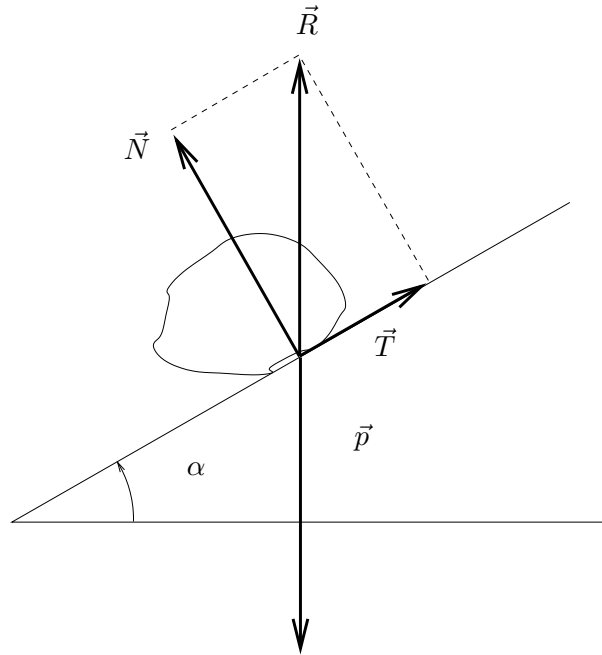


FIGURE 3. Le vélo à l'équilibre et la réaction du sol $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$.

- (ii) On suppose que l'action f des freins est perpendiculaire au rayon (voir figure 4 page suivante) et s'applique à une distance r . Notons R_b le rayon de la roue. Montrer que

$$f = \frac{mg \sin \alpha R_b}{2r}. \quad (2)$$

Application numérique : on donne $r/R_b = 0.885714$.

(4) *Force de traînée*

À l'instant $t = 0$, Maurice dessert ses freins et se laisse emporter par la gravité pour parcourir, sans pédaler, la distance $l = 20$ km. On supposera que l'angle entre la route et l'horizontale est constant, égal à $\alpha = 4.686288^\circ$ que cette route est rectiligne, que Maurice ne freine pas et que l'air est calme.

- (a) Quelles sont les forces externes pour l'ensemble {vélo+Maurice+Équipement} ?
 (b) On note x , la distance parcourue par Maurice, v sa vitesse et a son accélération, sur l'axe $(O, \vec{I})$, orientés vers le bas (voir figure 2 page précédente). On supposera qu'à $t = 0$, x et v sont nuls. On admet que la relation fondamentale de l'équilibre donne

$$ma = -F_T + T + mg \sin \alpha, \quad (3)$$

où F_T est la norme de la force de traînée et T la composante tangentielle de la réaction du sol. On admet que la force de poussée est négligeable.

- (i) Expliquer la présence du signe $-$ dans le terme de droite (devant F_T) de l'équation (3).

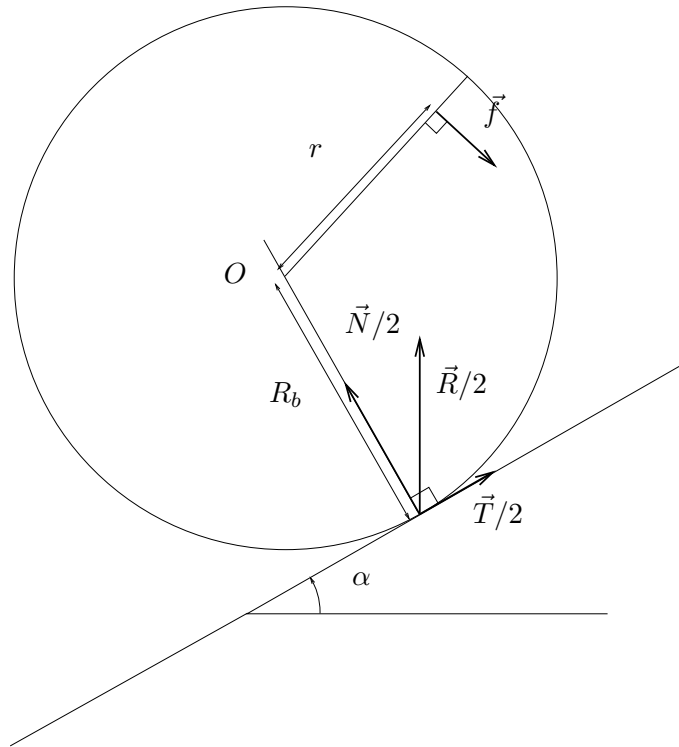


FIGURE 4. Une des deux roues du vélo à l'équilibre et la réaction du sol $\vec{R}/2 = \vec{T}/2 + \vec{N}/2$.

- (ii) En mécanique des fluides, quelle est l'expression de F_T ? Expliquer les différents termes.
- (c) Des calculs faits en laboratoire montrent qu'à la force de trainée du type $-Av^2$, il faut rajouter un terme de viscosité de l'air du type $-Bv$. Les forces de frottement sec dûs à la mécanique sont intégrés à la force T . *Attention, le maître couple parfois noté A intervenant dans l'expression de F_T est distinct du coefficient A .* Ainsi, il existe des coefficients A , B , C qui dépendent du cycliste, du vélo, de la route tels que

$$F_T - T = Av^2 + Bv + C. \quad (4)$$

et les équations (3) et (4) donnent donc

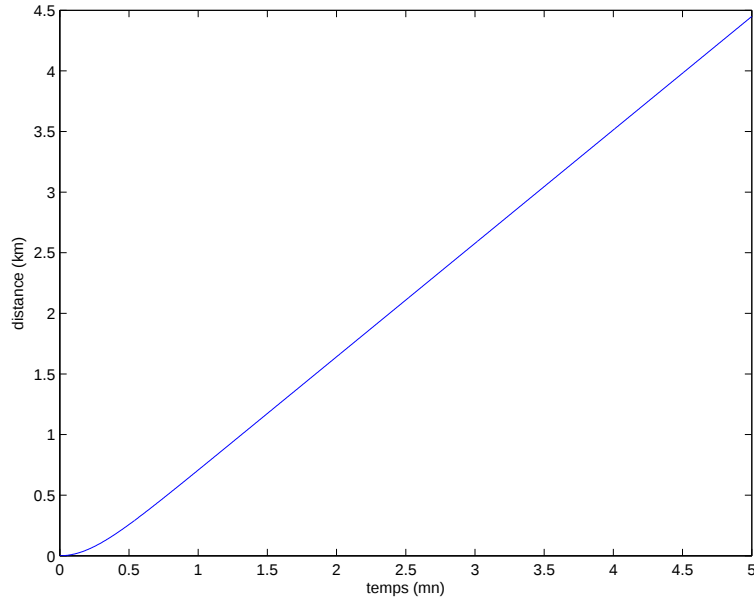
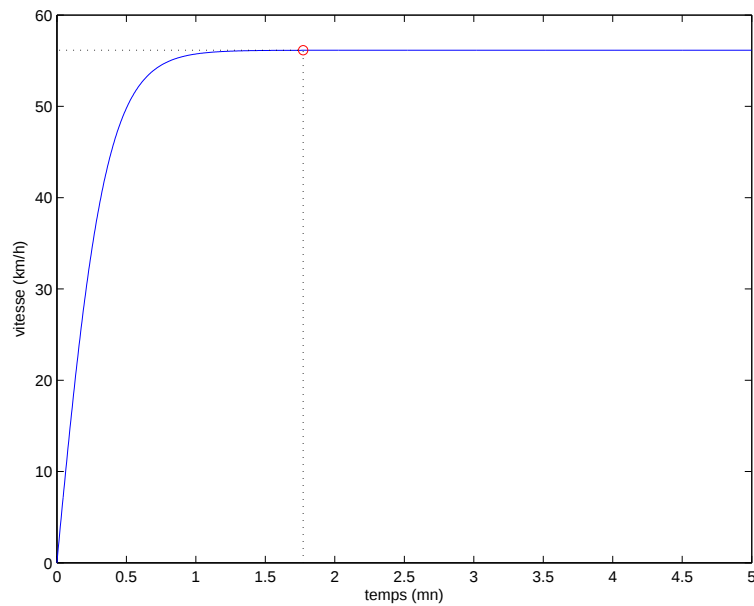
$$ma = -Av^2 - Bv - C + mg \sin \alpha. \quad (5)$$

On a représenté en figure 5 page suivante la distance x et la vitesse v au cours du temps. Commenter ces figures. Que se passe-t-il au-delà de $t_1 = 1.771772$ mn ?

- (d) En utilisant l'équation (5), montrer que la vitesse limite du vélo v_l doit vérifier :

$$Av_l^2 + Bv_l + C - mg \sin \alpha = 0. \quad (6)$$

On a représenté en figure 6 page 7 la vitesse limite v_l en fonction de l'angle α . Commentez cette figure. Que se passe-t-il si $\alpha = 0$ ou si α est trop petit ?

(a) : distance x (b) : vitesse v FIGURE 5. la distance x et la vitesse v au cours du temps.(5) *Énergie*

On considère maintenant l'ensemble du mouvement de Maurice entre les instants $t_0 = 0$ et $t_2 = 21.62$ mn, instant auquel Maurice arrive au bas de la descente à la vitesse $v_2 = 56.08$ km/h.

- (a) Calculer $E_{c,0}$ et $E_{c,2}$, les énergies cinétiques du vélo au début du mouvement et à la fin du mouvement. Pour cela, on supposera que Maurice est immobile sur son vélo durant

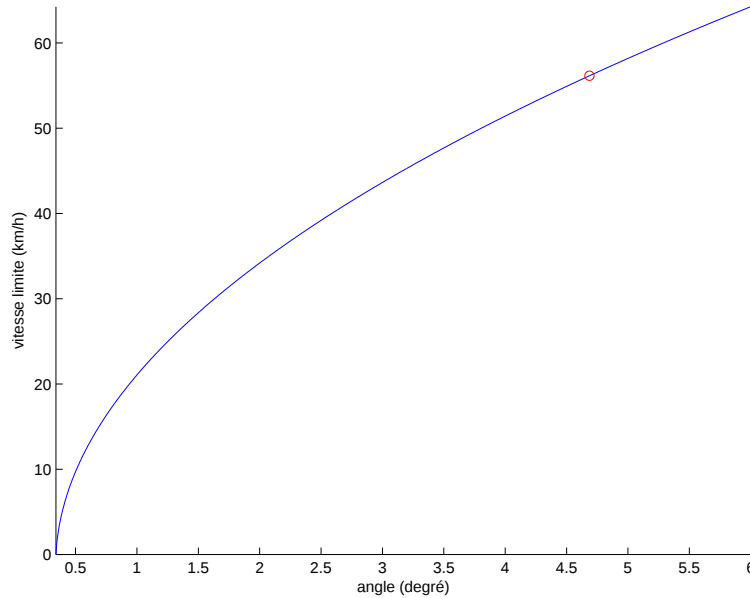


FIGURE 6. La vitesse limite v_l en fonction de l'angle α . Sur cette courbe, le point (α, v_l) avec $\alpha = 4.686288^\circ$ et $v_l = 56.145158$ est représenté par un petit cercle.

tout le mouvement et que, seules les roues ont un mouvement de rotation, nulle au début du mouvement et égale à $\omega_2 = 49.4558$ rad/s en fin de mouvement.

Application numérique : on donne pour la roue avant les valeurs du rayon de giration et la masse

$$r_{av} = 0.27, \quad m_{av} = 1.13,$$

pour la roue arrière les valeurs du rayon de giration et la masse

$$r_{ar} = 0.24, \quad m_{ar} = 1.62,$$

et on rappelle que la masse de l'ensemble {vélo+Maurice+Équipement} est

$$m = 86.$$

- (b) On considère que l'origine du mouvement est au début, point de référence pour le calcul de l'énergie potentielle. Pourquoi $E_{p,0}$, l'énergie potentielle de l'ensemble {vélo+Maurice+Équipement} est nulle au début du mouvement ?

Pourquoi $E_{p,2}$, l'énergie potentielle de l'ensemble {vélo+Maurice+Équipement} à la fin du mouvement est donnée par :

$$E_{p,2} = -mgH$$

où $H = 1634$ m ?

- (c) On donne numériquement

$$E_{p,2} - E_{p,0} + E_{c,2} - E_{c,0} = -1.368 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

L'ensemble {vélo+Maurice+Équipement} est-il un système isolé ?

(d) On rappelle qu'en vertu du cours, on a le théorème suivant

Théorème 1. *On considère un système soumis à des forces internes ne travaillant pas, à des forces externes dont le travail est W_e et à des forces externes dépendant d'une énergie potentielle. Alors, la variation d'énergie totale est égale à*

$$E(t_2) - E(t_1) = \Delta E = W_e \quad (7)$$

Pourquoi les forces internes au système ne travaillent pas ? Ici, quelles sont les forces externes ? Quelle est le signe de W_e ? On donne numériquement

$$W_e = -1.368 \, 10^6 \, \text{J}.$$

Commenter et conclure.

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html>