



Examen CCF2 de Statistiques

Document autorisés : tout type (papier ou numérique), voire ordinateur personnel

AVERTISSEMENT

L'ensemble des fichiers de données nécessaires pour cet examen ('pfc3.txt', 'pfc3bis.txt', 'pfc5.txt', 'pfc5bis.txt') est normalement disponible à la fois

- en ligne sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html> à la rubrique habituelle (voir 'examen', en bas de la page) ;
- en cas de problème internet, sur le réseau de l'université Lyon I : il faut aller sur :
 - 'Poste de travail',
 - puis sur le répertoire 'P:' (appelé aussi '\\teraetu\Enseignants'),
 - puis 'jerome.bastien',
 - enfin sur 'M2IGAPAS\examen\CCF2'.

Exercice 1.

- (1) On étudie une loi binomiale de paramètres $n = 17$ et $p = 0.7$.

Calculer les probabilités :

- (a) $P(X \leq 2)$
- (b) $P(X > 4)$
- (c) $P(5 \leq X \leq 9)$
- (d) $P(X \leq -6)$

- (2) On étudie une loi de moyenne $\mu = -2$ et d'écart-type $\sigma = 3$.

Calculer les probabilités :

- (a) $P(X \leq -4)$
- (b) $P(X > 0)$
- (c) $P(0.9 \leq X \leq 3.5)$

Exercice 2.

- (1) Déterminer des intervalles de confiance en proportion aux niveaux de confiance respectifs NC=95 %, NC=99 % et NC=99.9 %, pour un échantillon de taille $n = 10$ et de proportion mesurée $p = 0.5$.
- (2) Déterminer des intervalles de confiance en moyenne aux niveaux de confiance respectifs NC=95 %, NC=99 % et NC=99.9 %, pour un échantillon de taille $n = 20$ et de moyenne et d'écart-type mesurés 3 et 1.

Exercice 3.

- (1) Le très célèbre jeu " Pierre-feuille-ciseaux " est un jeu entre deux joueurs, selon les règles suivantes : chacun des joueurs choisit un symbole Pierre, feuille ou ciseau ; la pierre bat les ciseaux (en les émoussant), les ciseaux battent la feuille (en la coupant), la feuille bat la pierre (en l'enveloppant). Nous ferons l'hypothèse que ce jeu est un jeu de hasard pur.

Le fichier `pfc3.txt` contient les données correspondant à la simulation d'une partie à 500000 coups, contient les données suivantes : `un`, `deux`, `res.un` et `res.deux` ; ce sont les coups du joueur 1 (qui peuvent être "C", "F" et "P") puis les coups du joueur 2, puis, pour le joueur 1, les résultats de la partie (qui peuvent être "d", "n" et "v", pour défaite, nul, victoire) et enfin, de même, le résultat de la partie pour le joueur 2.

- (a)
 - (i) Analyser les variables `un` et `res.un` ; commentez.
 - (ii) Si on s'intéresse à la variable aléatoire égale au choix du joueur 1, pouvez-vous donner les différentes probabilités de cette variable ?
 - (iii) Si on s'intéresse à la variable aléatoire égale au résultat de la partie, pouvez-vous donner les différentes probabilités de cette variable ?
 - (iv) Peut-on affirmer que le hasard gouverne ce jeu ?
- (b) En utilisant le fichier `pfc3bis.txt`, montrer que les coups des deux joueurs sont indépendants.
- (c) Les nombres de match nuls, de victoires et de défaites du joueur 1 sont respectivement égaux à

$$N_n = 167062,$$

$$N_v = 166194,$$

$$N_d = 166744.$$

Ainsi, si on élimine les match nuls, la proportion de victoires est égale à

$$p = \frac{N_v}{N - N_n} = \frac{166194}{500000 - 167062} = 0.499174.$$

Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de victoires. Commentez.

- (2) (a) Une autre version de ce jeu, fait intervenir un quatrième objet, le puits. Le puits bat la pierre ainsi que les ciseaux (en les faisant tomber au fond) et est battu par la feuille (qui le recouvre) Pourquoi ce jeu à quatre objets n'est pas équilibré ?

- (b) On rajoute en fait un cinquième objet, proposé comme étant la toile (d'araignée) par le linuxien Rémi Pannequin¹, avec les règles suivantes :

La pierre bat la toile ;
la toile bat la feuille ;
la toile bat le puits ;
les ciseaux battent la toile.

Pourquoi, ce jeu à cinq objets devient-il de nouveau équilibré ?

- (c) Essayez de reprendre la question 1 avec le fichier `pfc5.txt` qui contient les données correspondant à la simulation d'une partie à 500000 avec ces cinq objets.
- (3) Toutes ces simulations ont été faites avec $\mathbb{R}$ pour simuler une expérience aléatoire ; en réalité, ces deux jeux sont-ils vraiment un jeu de hasard pur ?

Exercice 4.

Extrait de *Fantômes et farfafouille*, de Fredric Brown, Éditions Denoël, Nouvelles *Expédition*, 1963 :
« La première expédition importante vers Mars, dit le professeur d'Histoire, est celle qui suivit les explorations préliminaires par des astronefs à un seul occupant [...] Un des problèmes les plus difficiles consistait à déterminer le nombre d'hommes et de femmes que devait comporter l'équipage fixé à trente personnes. [...] La première solution consistait à faire monter dans l'astronef quinze hommes et quinze femmes [...]. La deuxième solution consistait à composer un équipage de vingt-cinq hommes et cinq femmes [...]. La troisième solution consistait à n'expédier que des hommes. [...] Le directeur des Voyages Cosmiques trancha en coupant le nœud gordien : il déclara que le personnel de l'expédition serait désigné par tirage au sort, sans considération de sexe, parmi les postulants des classes terminales des deux Instituts de Cadets de l'espace, [l'un masculin, l'autre féminin]. Il est certain qu'il était, au fond de lui-même, partisan de la solution vingt-cinq hommes et cinq femmes, étant donné qu'il y avait environ cinq cents postulants mâles contre une centaine de postulantes. La loi des moyennes devait normalement désigner cinq hommes pour une femme. La loi des moyennes a, comme chacun sait, ses caprices. Et il se trouva que le tirage au sort désigna vingt-neuf femmes et un seul homme. »

- (1) On note $P = 500$, le nombre d'hommes et $Q = 100$, le nombre de femmes. Montrer que l'expérience aléatoire décrite peut-être gouvernée par la loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = P/(P + Q)$.
- (2) En déduire l'espérance ainsi que la probabilité de l'événement décrit dans ce texte. Commentez.
- (3) Calculer la probabilité que le nombre d'hommes soit égal à 25.
- (4) En fait, l'utilisation de la loi binomiale n'est pas tout à fait rigoureuse ici. Pourquoi ? Quelle hypothèse permet de considérer qu'elle fournit une bonne approximation néanmoins ?

Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html>

1. <http://linuxfr.org/users/gabygaby/journaux/pierre-feuille-ciseaux-puits-toile-daraign>