



Examen CT de Statistiques
---------------------------

Document autorisés : tout type (papier ou numérique), voire ordinateur personnel

**AVERTISSEMENT**

L'ensemble des fichiers de données nécessaires pour cet examen ('notes.txt' et 'catcheur') est normalement disponible à la fois

- en ligne sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html> à la rubrique habituelle (voir 'examen', en bas de la page) ;
- en cas de problème internet, sur le réseau de l'université Lyon I : il faut aller sur :
  - 'Poste de travail',
  - puis sur le répertoire 'P:' (appelé aussi '\\teraetu\Enseignants'),
  - puis 'jerome.bastien',
  - enfin sur 'M2IGAPAS\examen\CT'.

**Exercice 1.**

(1) On étudie une loi binomiale de paramètres  $n = 8$  et  $p = 0.15$ .

Calculer les probabilités :

- (a)  $P(X \leq 2)$
- (b)  $P(X > 3)$
- (c)  $P(4 \leq X \leq 5)$
- (d)  $P(X \leq 6)$

(2) On étudie une loi de moyenne  $\mu = 2$  et d'écart-type  $\sigma = 2$ .

Calculer les probabilités :

- (a)  $P(X \leq 1)$
- (b)  $P(X > 2)$
- (c)  $P(1 \leq X \leq 2)$

**Exercice 2.** On étudie le fichier 'catcheur.txt' qui contient, en autres, les masses et les tailles de 27 catcheurs.

On s'intéresse dans cet exercice à la variable 'taille', exprimée en cm.

- (1) Donner la moyenne et l'écart-type de la population à partir de l'échantillon.
- (2) Donner les intervalles de confiance de la moyenne de la population aux niveaux de confiance 0.95 et 0.99.
- (3) On suppose que la taille suit une loi normale dont les paramètres ont été estimés dans la question 1.
  - (a) Tracer cette loi normale.
  - (b) Quelle est la probabilité pour un catcheur d'avoir une taille supérieure à 191.

**Exercice 3.** On étudie le fichier 'notes.txt' qui contient les notes de 4 étudiants. La colonne 'Numero' contient les numéros des étudiants (identifiants anonymes!), la colonne 'Groupe' contient le groupe et les colonnes 'A' et 'B' contiennent les notes obtenues lors de deux examens différents.

- (1)
  - (a) Calculer la moyenne et l'écart-type des notes de l'ensemble des étudiants pour chacun des deux examens.
  - (b) Calculer la moyenne et l'écart-type des notes de l'ensemble de chacun des deux groupes d'étudiants pour chacun des deux examens.
- (2) Le correcteur souhaite remplacer chaque note  $n$  par la note  $An$  où  $A$  est un coefficient multiplicateur de telle sorte que la meilleure note soit 20.
 

On s'intéresse au premier examen.

  - (a) Quelle est la meilleure note ?
  - (b) Quelle est la valeur de  $A$  ?
  - (c) Calculer les nouvelles notes.
  - (d) Calculer la moyenne et l'écart-type des notes de l'ensemble des étudiants et comparer avec la question 1a.
  - (e) Que remarquez-vous ?
- (3) Reprendre la question 2 pour le second examen et conclure.

(4) *Question facultative*

On s'intéresse de nouveau au premier examen.

- (a) Le correcteur souhaite remplacer chaque note  $n_i$  par la note  $An_i + B$  où  $A$  est un coefficient multiplicateur et  $B$  un nombre (positif ou négatif).

On rappelle que la moyenne et l'écart-type (au sens de  $\mathbb{R}$ ) de  $M$  nombres  $n_i$  sont définis par

$$m = \frac{1}{M} (n_1 + n_2 + \dots + n_M) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M n_i, \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M-1} ((n_1 - m)^2 + \dots + (n_M - m)^2)} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (n_i - m)^2}. \quad (2)$$

Montrer que la moyenne et l'écart-type des nouvelles notes sont respectivement

$$\tilde{m} = Am + B, \quad (3)$$

$$\tilde{\sigma} = A\sigma, \quad (4)$$

où  $m$  et  $\sigma$  sont les moyenne et écart-type des (anciennes) notes  $n_i$ .

- (b) Quelles équations doivent vérifier  $A$  et  $B$  pour que la moyenne et l'écart-type des nouvelles notes soient égales respectivement à  $m_0$  et  $\sigma_0$ , deux nombres donnés à l'avance? On pourra admettre le résultat :

$$A = \frac{\sigma_0}{\sigma}, \quad (5)$$

$$B = m_0 - Am. \quad (6)$$

- (c) Le correcteur souhaite remplacer chaque note  $n_i$  par la note  $An_i + B$  pour le groupe 1 et faire la même chose pour le groupe deux, de telle sorte que la moyenne et l'écart-type de chacun des deux groupes soient égaux à ceux de l'ensemble des étudiants, déterminés en question 1a.

- (i) Quel est l'avantage de ces nouvelles notes, par rapport aux anciennes?
- (ii) Déterminer, en utilisant (5) et (6), les coefficients  $A$  et  $B$  pour chacun des deux groupes.
- (iii) Vérifier *a posteriori* que la moyenne et l'écart-type des nouvelles notes de chacun des deux groupes sont égaux à ceux de l'ensemble des étudiants, déterminés en question 1a.

(5) *Question facultative*

Reprendre la question 4 pour le deuxième examen.

## Corrigé

Un corrigé sera disponible sur <http://utbmjb.chez-alice.fr/UFRSTAPS/index.html>