

Examen médian du 20 novembre 2001

Durée : deux heure(s)

Une feuille A4 recto seul de notes autorisée - Calculatrice autorisée.

On rédigera les deux exercices sur deux copies différentes.

Exercice 1 (10 points). *Calcul matriciel*

Pour cet exercice, on précisera, étape par étape, les calculs faits.

1°) Calculer les produits matriciels AB dans les deux cas suivants :

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2+i & 3-2i \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4+i \end{pmatrix}.$$

2°) Résoudre les systèmes suivants

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 12. \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = a, \\ x + 2y + 3z = b, \\ x + 4y + 9z = c. \end{cases} \quad (a, b \text{ et } c \text{ sont des réels quelconques});$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y + z = 2, \\ x + 2y + 3z = 3, \\ x + 4y + 9z = 5. \end{cases}$$

3°) Inverser la matrice suivante (on pourra utiliser un résultat précédent)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

4°) La matrice B est elle inversible?

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 8 & 11 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2 (10 points). *Équation différentielle*

Dans cet exercice, **on exige ni calcul d'intégrale, ni résolution de système linéaire, ni inversion de matrice : chacun des résultat sera donné sous la forme d'intégrale, avec d'éventuels inverses de matrice.**

Il faut expliquer, le plus précisément possible, comment résoudre les deux équations différentielles suivantes :

a) $y'(x) - 2y(x) = f(x)$, avec la condition initiale $y(0) = 4$,

b) $y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = g(x)$,

où f et g sont deux fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .