

Examen de TD(1) du 5 janvier 2005

Durée : 1,5 heure(s)

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée.

Exercice 1 (Interpolation). Soit la fonction f définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

On pose

$$n = 2,$$

$h = 2/n$ et pour $i \in \{0, \dots, n\}$, $x_i = -1 + ih$. On considère le polynôme p_n d'interpolation de f sur le support $\{x_0, \dots, x_n\}$. Déterminer numériquement la valeur de $p_n(0,99)$.

Exercice 2 (Intégration). On considère l'intégrale suivante

$$I = \int_{-1}^1 \frac{\cos x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

En utilisant la formule d'intégration de Gauss-Tchebychev à $n+1$ points et la table 1 page suivante, déterminer la valeur approchée de I pour $n \in \{2, 3, 4\}$.

Attention, on rappelle que les points et les poids sont symétriques par rapport à zéro : dans la table 1, ne figurent que les points d'abscisse positives ou nulles.

Exercice 3 (Équations non linéaires). On cherche à résoudre $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[a, b]$ avec

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \cos x - x,$$

et $[a, b] = [0, \pi/2]$.

Déterminer les premières valeurs des x_n de la méthode de dichotomie sur $[a, b]$ de façon que l'erreur commise soit inférieure à 10^{-1} .

| x_i | W_i |
|---------------------|---------------------|
| $n = 2$ | |
| 0.00000 00000 00000 | 1.04719 75511 96598 |
| 0.86602 54037 84438 | 1.04719 75511 96598 |
| $n = 3$ | |
| 0.38268 34323 65089 | 0.78539 81633 97448 |
| 0.92387 95325 11286 | 0.78539 81633 97448 |
| $n = 4$ | |
| 0.00000 00000 00000 | 0.62831 85307 17958 |
| 0.58778 52522 92473 | 0.62831 85307 17958 |
| 0.95105 65162 95153 | 0.62831 85307 17958 |

TAB. 1 – Quelques valeurs des x_i (positifs) et des W_i associés pour la méthode de Gauss-Tchebychev.